CARATTERIZZAZIONE STATISTICA DELL’ENERGIA ACCUMULATA DA SORGENTE FOTOVOLTAICA PER SISTEMI DI COMUNICAZIONE MOBILE
UNKERITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL’INFORMAZIONE
CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI

Tesi di Laurea Magistrale in
Ingegneria delle Telecomunicazioni

CARATTERIZZAZIONE STATISTICA DELL’ENERGIA ACCUMULATA DA SORGENTE FOTOVOLTAICA PER SISTEMI DI COMUNICAZIONE MOBILE

Relatore: Prof. Michele Rossi

Laureando: MARCO GIANFREDA

ANNO ACCADEMICO 2012 – 2013
Indice

Introduzione ........................................................................................................................................... 1

CAPITOLO 1 ....................................................................................................................................... 3

Fonte solare e dispositivi di conversione .............................................................................................. 3
  1.1 La radiazione solare al suolo .......................................................................................................... 3
  1.2 Energia solare e celle fotovoltaiche ............................................................................................... 5
    1.2.1 I materiali semiconduttori ....................................................................................................... 5
    1.2.2 La conversione fotovoltaica .................................................................................................... 9

CAPITOLO 2 ....................................................................................................................................... 17

Componenti di un impianto fotovoltaico ............................................................................................ 17
  2.1 I moduli fotovoltaici ..................................................................................................................... 17
    2.1.1 Tecnologia costruttiva dei moduli fotovoltaici ....................................................................... 17
  2.2 Collegamenti elettrici .................................................................................................................. 19
    2.2.1 Collegamenti tra le celle fotovoltaiche .................................................................................. 19
  2.3 Sistema di accumulo dell’energia .................................................................................................. 21
    2.3.1 Peculiarità .................................................................................................................................. 21
    2.3.2 Le batterie Nichel/cadmio ....................................................................................................... 22
  2.4 Regolazione della carica: tecnica e prestazioni .......................................................................... 24
  2.5 Convertitori statici ......................................................................................................................... 30
    2.5.1 Considerazioni generali e principali tipologie ........................................................................ 30
    2.5.2 Componenti e funzioni principali degli inverter ..................................................................... 31
    2.5.3 Ponte di conversione ............................................................................................................... 31
2.5.4 Principali caratteristiche costruttive

CAPITOLO 3
Analisi di producibilità di un impianto fotovoltaico

3.1 Calcolo della radiazione solare teorica sul piano dei moduli

3.1.1 Calcolo dell’angolo orario \(\omega\)

3.1.2 Calcolo della declinazione \(\delta\)

3.1.3 Calcolo dell’angolo di incidenza \(\theta\)

3.1.4 Radiazione diretta

3.1.5 Radiazione diffusa

3.1.6 Albedo

3.2 Soleggimento di un sito: dati caratteristici

CAPITOLO 4
Dalla teoria alle statistiche ed alle pdf

4.1 Dai dati climatici ai dati input

4.1.1 Il Database

4.2 Dati geografici e scelta delle caratteristiche elettriche del sistema

4.2.1 Dati geografici e meccanici

4.2.2 Il pannello

4.2.3 Componenti a valle del modulo solare

4.3 La simulazione

4.4 Calcolo delle pdf

4.4.1 Clustering dei dati

4.4.2 Calcolo delle pdf
4.4.3 Calcolo delle cdf ................................................................. 67
4.4.4 Kolmogorov Smirnov Test ...................................................... 69
Conclusioni .................................................................................. 73
Lavori futuri ................................................................................. 75
Appendice 1 .................................................................................. 77
Ringraziamenti .......................................................................... 83
Bibliografia .................................................................................. 85
Introduzione

Il presente lavoro cerca di accoppiare il mondo delle energie rinnovabili con quello dei sistemi di comunicazione mobile. A partire dalla radiazione solare si sviluppa un sistema atto a fornire energia ad una stazione radio base per sistemi cellulare di terza (UMTS) o quarta generazione (LTE) o ad un carico equivalente. Questa energia, accumulata in batterie o fornita direttamente al carico, viene modellata statisticamente operando una divisione in due fasce orarie giornaliere (è l’oggetto del presente lavoro) e successivamente una frammentazione più fine (vedi sezione Future work).

Il sistema fisico\(^1\) preso in esame è mostrato in figura 0.1 dove si possono distinguere un modulo fotovoltaico, un regolatore di carica e modulo accumulatore (delle batterie o dei supercapacitori); eventuali utenze sia in corrente continua che in alternata oltre all’inverter non sono di interesse per lo sviluppo del presente lavoro e perciò non sono presi in considerazione, ma ai fini pratici occorre ricordare che essi saranno i terminali del sistema e costituiranno i beneficiari della presente caratterizzazione statistica.

Figura 0.1 - Sistema implementato ed investigato

\(^1\) Bibliografia - 10
Le statistiche ricavate modelleranno il comportamento della radiazione solare incidente sul modulo dopo aver fatto considerazioni di tipo geografico (latitudine e longitudine del sito dove è presente o dove sarà istallato l’impianto), di tipo geometrico (tilt meccanico del pannello) e di tipo elettrico\(^2\) (tipo di diodo di protezione a valle del modulo PV, tipo di modulo PV, tipo di regolatore di carica, ecc.). Si evidenzieranno le conseguenze della enorme, e ovvia, differenza tra il comportamento diurno e notturno del sistema fino a giungere, partendo da database contenenti dati squisitamente metereologici su base oraria, alle pdf relative alle due fascie orarie raggruppate per basi temporali differenti (prevalentemente in questo lavoro si è optato per la base mensile).

Il presente volume si articola in due parti: la prima parte, costituita dai primi tre Capitoli, fornisce tutto il know-how necessario ad affrontare e comprendere l’argomento sviluppato e la seconda, il resto del volume, che spiega esaustivamente cosa si è fatto per giungere alle densità di probabilità.

\(^2\) Bibliografia - 9
CAPITOLO 1

Fonte solare e dispositivi di conversione

1.1 La radiazione solare al suolo

L’energia irradiata dal Sole deriva dai processi di fusione dell’idrogeno contenuto al suo interno e si propaga in modo simmetrico nello spazio fino a raggiungere la fascia esterna dell’atmosfera terrestre.

All’interno del Sole avvengono un gran numero di reazioni nucleari di fusione, tra cui la più importante è quella che trasforma l’idrogeno in elio; questo determina la produzione di calore che viene poi trasmessa dagli strati più interni a quelli più esterni per conduzione, convezione e irraggiamento. L’energia viene poi trasferita allo spazio per irraggiamento.

È opinione diffusa che il 90% dell’energia sia generata nella porzione più interna, che ha un diametro del 23% rispetto al diametro del Sole, il quale invece, misurato in corrispondenza della fotosfera, risulta pari a 1,39 milioni di km. Nella porzione più interna, la densità è dell’ordine delle centinaia di kg/dm$^3$ e la temperatura raggiunge decine di milioni di gradi.

La fotosfera costituisce invece lo strato esterno della superficie convettiva ed è la sorgente della maggior parte della radiazione solare. L’irraggiamento complessivo solare a livello della fotosfera è pari a circa 63000 kW/m$^2$, con una temperatura equivalente di 5779 K.

Questo valore di potenza specifica decresce geometricamente con la distanza e, in pratica, dopo aver percorso i 149,5 milioni di km ($\pm1,7\%$) che separano la Terra dal Sole, assume un valore molto più ridotto. Infatti, all’esterno dell’atmosfera terrestre, alla
La radiazione solare è associata una potenza complessiva pari a 1367 W/m², la quale è denominata costante solare.

Poiché la distanza tra il Sole e la Terra varia periodicamente nel corso dell’anno, la costante solare rappresenta in realtà il valore medio della potenza specifica, la quale oscilla entro un intervallo del ±3%, assumendo il valore massimo nel periodo invernale e quello minimo durante la stagione estiva.

Al livello del suolo, si registra un’energia specifica minore della costante solare, a causa dei fenomeni di assorbimento e diffusione che hanno luogo nell’atmosfera, che modificano non solo il contenuto energetico della radiazione nel suo complesso ma anche la sua composizione spettrale.

Per tenere conto dei fenomeni di assorbimento è stata definita a livello internazionale la massa d’aria unitaria AM1 (Air Mass 1) intesa come lo spessore di atmosfera standard attraversato dai raggi solari in direzione perpendicolare alla superficie terrestre e misurato al livello del mare.

Alle latitudini europee è comunque spesso necessario far riferimento a spettri di radiazioni ancora più attenuati rispetto all’AM1: AM1,5 (figura 1.1), AM2 o anche maggiori a seconda dei casi, per tenere conto del percorso di attraversamento della radiazione nell’atmosfera dovuto alla più o meno pronunciata deviazione dei raggi solari rispetto allo zenit.

Viceversa, se ci si trovasse in quota a latitudini tropicali lo spettro AM1 potrebbe, in alcuni casi, risultare eccessivamente attenuato rispetto alla radiazione realmente incidente.

La curva AM0, corrispondente alla radiazione solare misurata al di fuori dell’atmosfera terrestre, risulta invece essere assai simile allo spettro di emissione di un corpo nero portato alla temperatura di 5760 K.

La misura della radiazione solare globale orizzontale, si effettua mediante uno strumento, detto piranometro o più comunemente solarimetro. Lo strumento misura l’energia associata alle componenti verticali della radiazione incidente nell’unità di tempo ed è sensibile alle frequenze visibili della radiazione solare e al vicino infrarosso. L’intensità della radiazione globale o potenza specifica è espressa in W/m².
Tipicamente i valori di potenza specifica orizzontale possono arrivare in Italia, al livello del mare, durante una bella giornata estiva di sole, a 900 ÷ 1100 W/m². Registrando a intervalli di tempo regolari l’irraggiamento istantaneo, si possono ottenere diverse grandezze utili per l’ingegneria solare (valore medio orario della radiazione globale, l’integrale giornaliero, il valore massimo giornaliero, ecc.) e tutte le statistiche necessarie per caratterizzare un sito.

Inclinando poi lo strumento ad un angolo fisso rispetto al piano orizzontale è possibile misurare la radiazione solare globale su un piano inclinato che risulta uno dei dati fondamentali nella progettazione solare.

Figura 1.1 - Composizione spettrale della luce solare AM0 e AM1.5

1.2 Energia solare e celle fotovoltaiche

1.2.1 I materiali semiconduttori

La conversione della radiazione solare in energia elettrica avviene sfruttando l’effetto indotto da un flusso luminoso che investe un materiale semiconduttore (per esempio
silicio) quando quest’ultimo incorpora su un lato atomi di drogante di tipo P (boro) e sull’altro atomi di tipo N (fósforo).

Consideriamo il reticolo cristallino del silicio (figura 1.2.1), nel quale ciascun atomo è circondato da altri quattro e nel quale ognuno di essi mette in comune uno dei suoi quattro elettroni di valenza, appartenenti alle orbite più esterne. In questo modo gli è possibile completare l’ottetto esterno e rendere quindi stabile la configurazione (nella realtà, essendo lo spazio tridimensionale, il reticolo assume la forma tetraedrica anziché quella quadrata utilizzata per la rappresentazione su un piano). Gli elettroni appartenenti alle orbite più interne sono invece fortemente legati al nucleo e pertanto non entrano in gioco nei legami con gli altri atomi e nella conduzione elettrica.

In un cristallo di questo tipo, detto intrinseco, gli elettroni, vincolati nei legami covalenti con gli altri atomi, si trovano tutti nello stato energetico che appartiene alla banda di valenza e, sempre che non intervengano fattori esterni, non dispongono dell’energia sufficiente per passare alla banda di conduzione.

La formazione delle bande di valenza e di conduzione deriva dal fenomeno quantistico da Pauli che prende il nome di principio di esclusione. Secondo questo principio, in un atomo isolato ciascun elettrone occupa un livello energetico differente da tutti gli altri, corrispondente ad un definito stato quantico. Tuttavia, in un reticolo, l’effetto della vicinanza di un gran numero di atomi uguali fa sì che dalla struttura a livelli si passi alla struttura a bande energetiche, per effetto delle quali ciascun elettrone può essere in grado di occupare un qualsiasi livello energetico all’interno di ciascuna banda. La banda di valenza e quella di conduzione, come si può vedere in figura 1.2.2, sono tra loro separate da un gap energetico di valore $E_g$, che nel silicio vale circa 1,12 eV a temperatura ambiente, e quindi affinché un elettrone possa “saltare” dalla banda inferiore a quella superiore deve essergli fornita almeno tale energia, ad esempio sotto forma di energia fotoelettrica o termica.

Quando ciò si verifica, l’elettrone, passato alla banda di conduzione, è libero di muoversi nel reticolo (almeno fino alla sua ricombinazione) esattamente come accade nei metalli, i quali sono conduttori proprio perché gli elettroni più esterni di ciascun atomo appartengono già alla banda di conduzione (le due bande sono parzialmente sovrapposte).
Viceversa, i materiali isolanti hanno le due bande molto distanti e pertanto risulta molto difficile che la banda di conduzione venga occupata da un elettrone.

I materiali semiconduttori, come il silicio, sono invece, come si è visto, caratterizzati dall’avere le bande di valenza e conduzione tra loro separate; tuttavia ogni elettrone che passa alla banda di conduzione lascia libera una lacuna nella banda di valenza, la quale
è anch’essa in grado di muoversi sotto l’effetto di un campo elettrico comportandosi come una carica positiva. In conclusione, nel reticolo di un cristallo di materiale semiconduttore la conduzione elettrica può avvenire a seguito del movimento degli elettroni nella banda di conduzione e delle lacune nella banda di valenza.

Se all’interno del reticolo cristallino viene inserito un atomo che nell’orbita più esterna possiede tre elettroni (ad esempio un atomo di boro) si ottiene la formazione di una lacuna nella banda di valenza, mentre se tale atomo possiede 5 elettroni esterni (ad esempio un atomo di fosforo) l’effetto risultante sarà di avere un elettrone in più. Nel primo caso l’atomo inserito è detto accettore ed il semiconduttore diventa di tipo P, mentre nel secondo caso si è in presenza di un atomo donatore ed il semiconduttore diventa di tipo N.

La conduzione elettrica nei due tipi di cristallo è sostanzialmente differente: mentre nel silicio di tipo P la conduzione avviene per effetto dello spostamento delle lacune nella banda di valenza, nel silicio di tipo N il moto delle cariche è dovuto agli elettroni in eccesso, appartenenti gli atomi donatori, che sono passati nella banda di conduzione. Poiché a temperatura ambientale tutti questi elettroni possono essere considerati già presenti nella banda di conduzione, si può dire che tutti gli atomi donatori concorrono alla conduzione elettrica in modo analogo a quanto avviene nei metalli.

Se poniamo a contatto i due cristalli di silicio di tipo P e di tipo N otteniamo una giunzione P-N. per diffusione, le lacune presenti nel cristallo P tenderanno a spostarsi in quello di tipo N, mentre gli elettroni liberi presenti nel cristallo N tenderanno a migrare in quello P. tuttavia, questo fenomeno continua fintantoché il potenziale elettrico generato dallo spostamento di cariche non diventa tale da controbilanciare il moto di diffusione.

Pertanto, come si può vedere in figura 1.4, in condizioni di equilibrio la giunzione P-N è caratterizzata da una regione di confine, detta di carica spaziale o di svuotamento, in cui avviene lo scambio di cariche tra le porzioni di cristallo differentemente drogata e da un potenziale elettrico crescente da P verso N che si stabilizza al di fuori di tale regione.

La giunzione schematizzata in figura 1.2.3 viene utilizzata in elettronica per realizzare il diodo a semiconduttore, ma allo stesso tempo costituisce anche una cella fotovoltaica.
1.2.2 La conversione fotovoltaica

Il potenziale elettrico all’interno della giunzione P-N, unitamente alla radiazione luminosa che investe il cristallo, sono alla base della generazione di corrente nella cella fotovoltaica.

Consideriamo la figura 1.2.4, nella quale la giunzione è investita da un flusso luminoso. L’energia associata a tale flusso è in grado di liberare un certo numero di coppie elettrone/lacuna negli atomi di silicio che intercettano i fotoni con energia sufficiente. Tale energia dipende unicamente dalla frequenza di radiazione, sulla base della relazione $E = h \cdot \nu$ in cui $\nu$ rappresenta la frequenza e $h$ la costante di Plank.

La coppia di cariche così generate risentono del potenziale elettrico interno alla giunzione e si muovono di conseguenza, per cui gli elettroni generati nella giunzione P sono attirati verso la N, mentre le lacune generate nella giunzione N sono attirate verso la P.

---

3 Bibliografia - 6
La cella fotovoltaica si comporta quindi come un generatore con il polo positivo sulla giunzione P e quello negativo sulla giunzione N.

Pur considerando che tra frequenza $f$ e lunghezza d’onda $\lambda$ esiste la relazione $f = 1/\lambda$, nel caso della radiazione luminosa abitualmente ci si riferisce alla lunghezza d’onda $\lambda$. A titolo di esempio, valori di lunghezza d’onda per la luce visibile risultano essere i seguenti:

Tabella 1.1 - Valori di lunghezza d’onda per la luce visibile

<table>
<thead>
<tr>
<th>Colore</th>
<th>Lunghezza d’onda $\lambda$ [in mm]</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Rosso</td>
<td>$0.700 \div 0.645$</td>
</tr>
<tr>
<td>Arancione</td>
<td>$0.645 \div 0.585$</td>
</tr>
<tr>
<td>Giallo</td>
<td>$0.585 \div 0.575$</td>
</tr>
<tr>
<td>Verde</td>
<td>$0.575 \div 0.490$</td>
</tr>
<tr>
<td>Azzurro</td>
<td>$0.490 \div 0.455$</td>
</tr>
<tr>
<td>Indaco</td>
<td>$0.455 \div 0.425$</td>
</tr>
<tr>
<td>Violetto</td>
<td>$0.425 \div 0.380$</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Figura 1.2.4 - Formazione delle coppie elettrone/lacuna in una giunzione P-N per effetto del flusso luminoso
Utilizzando come semiconduttore il silicio, l’energia necessaria a liberare una coppia elettrone-lacuna corrisponde ad una lunghezza d’onda massima per radiazione luminosa di 1.15 mm. La frazione eccedente questo limite, avente cioè lunghezza d’onda maggiore e quindi energia insufficiente, corrisponde, a circa il 25% dell’energia complessivamente contenuta nello spettro solare. Il rimanente 75% risulta pertanto in grado di liberare coppie elettrone-lacuna.

Tuttavia al diminuire della lunghezza d’onda, ai fotoni risulta associata un’energia sempre maggiore, ma in eccesso rispetto a quella richiesta. La parte eccedente costituisce un surplus che va inevitabilmente perduto, ossia trasformato in calore.

Il diagramma di figura 1.2.5 mostra la quantità di energia fotovoltaica teoricamente ricavabile con una cella al silicio a partire dallo spettro di radiazione AM 1.5\(^4\).

Il rendimento delle celle fotovoltaiche in silicio, anche nelle prove di laboratorio, è pertanto molto distante da quanto si potrebbe dedurre dalla figura 1.2.5, in quanto intervengono ulteriori inefficienze che possono essere così riassunte:

- Non tutti i fotoni incidenti sulla cella fotovoltaica penetrano all’interno, alcuni vengono riflessi e altri vengono invece intercettati dall’elettrodo frontale;
- Alcune coppie elettrone-lacuna si ricombinano prima che possano essere separate dal campo elettrico interno alla giunzione. Queste perdite dipendono principalmente dal grado di purezza del silicio utilizzato;
- Parte dell’energia potenziale delle coppie elettrone-lacuna che vengono separate risulta inefficace ai fini della conversione in energia elettrica e viene persa; in definitiva, quindi, solo una parte della corrente complessivamente prodotta dalla radiazione luminosa risulta utile;
- Dal circuito equivalente della cella (figura 1.2.6) si nota l’esistenza della resistenza serie \( R_s \) dovuta principalmente alla particolare realizzazione dell’elettrodo superiore della cella che deve mediare tra l’esigenza di realizzare un buon contatto ed oscurare il meno possibile la superficie della cella esposta alla luce;

\[^4\] Bibliografia - 4
La resistenza $R_c$, detta resistenza di shunt, è un parametro chiave nelle prestazioni della cella in condizioni di debole irraggiamento tipiche delle aree europee di esposizione. Il suo valore è molto importante in quanto condiziona pesantemente l’efficienza del modulo in cui la cella viene inserita. Recentì studi hanno dimostrato che resistenze di shunt inferiori a $20 \div 30 \, \Omega$ sono responsabili di perdite di energia captata del 10% e che un mix di celle a varie resistenze di shunt (tipicamente moduli con celle poco selezionate) sono governate dalla cella a $R_c$ più bassa. Purtroppo, questo dato così importante è conosciuto dolo dai costruttori di celle e moduli fotovoltaici e non viene evidenziato all’acquirente.

La caratteristica elettrica di una cella fotovoltaica di silicio cristallino è riportata in figura 1.2.7. Si osserva che:

![Figura 1.2.5 - Porzione della radiazione solare utilizzata dalle celle in silicio confrontata con la curva AM 1.5](image-url)

a) La condizione di lavoro ottimale della cella è rappresentata dal punto della caratteristica di generazione tensione-corrente in corrispondenza del quale il prodotto $I-V$, che esprime la potenza elettrica ottenibile a parità di altre condizioni, risulta massimo ($I_M \times V_M$). Il rapporto tra $I_M \times V_M$ e $I_{SC} \times V_{OC}$ (prodotto della corrente di cortocircuito e della tensione a vuoto), viene detto
fill-factor o fattore di riempimento della cella. Quest’ultimo, per le usuali celle al silicio cristallino si aggira intorno a 0.75 ÷ 0.80. il fill-factor è anche un parametro di giudizio sul rendimento della cella; elevati valori di questo parametro sono solitamente indicatori di migliori prestazioni.

b) La corrente di cortocircuito $I_{SC}$ risulta di poco superiore alla corrente al punto di massima potenza $I_{p_{max}}$; ne segue la evidente difficoltà nell’uso di un dispositivo elettromeccanico di interruzione automatica della corrente che, proprio per il limitato valore di $I_{SC}$, risulterebbe più comodo che utile;

La figura 1.2.7 evidenzia inoltre che la tensione a vuoto $V_{OC}$ è presente con valori prossimi a quello massimo anche a bassissimi valori di radiazione solare; questo significa che l’unico modo per evitare la presenza di tensione ai morsetti di un generatore fotovoltaico consiste nell’oscurare totalmente la superficie captante.

Dalla figura 1.2.8 si vede infatti come varia la curva caratteristica di una cella fotovoltaica di silicio policristallino in funzione della radiazione incidente a parità di altre condizioni; mentre la corrente erogata varia proporzionalmente alla radiazione, la tensione a vuoto ne è influenzata in misura minore.

Figura 1.2.6 - Circuito equivalente di una cella fotovoltaica
Figura 1.2.7 - Curva tensione corrente di una cella fotovoltaica

Figura 1.2.8 - Variazione della curva caratteristica in funzione della radiazione incidente

Figura 1.2.9 - Variazione della curva caratteristica in funzione della temperatura
All’aumentare della temperatura, la curva tensione-corrente della cella fotovoltaica si modifica (figura 1.2.9) facendo registrare una diminuzione della tensione a vuoto $V_{OC}$ in ragione di circa 2.3 mV/°C e, congiuntamente, un aumento della corrente di cortocircuito $I_{SC}$ pari a circa lo 0.2%/°C. Queste variazioni possono essere prese come riferimento nell’intervallo di temperatura 0 ÷ 60 °C.

I due fenomeni, benché di segno opposto, si traducono in pratica in una diminuzione della potenza resa al punto di massima potenza valutabile intorno al 6 ÷ 7 % per ogni aumento di 10 gradi della temperatura delle celle.
CAPITOLO 2

Componenti di un impianto fotovoltaico

2.1 I moduli fotovoltaici

2.1.1 Tecnologia costruttiva dei moduli fotovoltaici

Le celle di silicio policristallino sono di fatto delle fettine di semiconduttore opportunamente drogato con spessore di qualche centinaio di micron e dimensioni quadrate di poco più di 10 cm di lato.

Risulta evidente che l’assemblaggio di più celle una a fianco all’altra con i relativi collegamenti elettrici fino a formare il modulo fotovoltaico, non può che avvenire posando le celle su un supporto rigido (il vetro anteriore) a causa della fragilità dei sottili cristalli impiegati i quali non sono in grado di assorbire sforzi meccanici o deformazioni senza danni.

Le celle fotovoltaiche a film sottile (amorfo, CIS, CdTE) sono, invece, formate per deposizione di una miscela di gas: possono così essere utilizzati differenti tipi di supporti (detti substrati), sia per formare moduli rigidi che moduli flessibili, arrivando a realizzare prodotti leggeri e deformabili, utili specialmente per l’alimentazione di carichi mobili.

La figura 2.1.1 illustra lo spaccato di un modulo fotovoltaico in silicio policristallino. Dalla figura si può notare che anteriormente vi è sempre un vetro temprato di circa 4 mm di spessore che assolve l’ovvia funzione di permettere il passaggio della luce e

5 Bibliografia - 5
proteggere la parte attiva. Le caratteristiche meccaniche del vetro superiore devono essere tali da assicurare la calpestabilità, reggendo il peso di una persona senza deformazioni apprezzabili.

Devono inoltre essere in grado di resistere a condizioni meteorologiche particolarmente severe rappresentate anche dagli urti in seguito alla caduta di grandine di grosse dimensioni.

Tra il vetro e le celle fotovoltaiche viene interposto un sottile strato di vinil-acetato di etilene (EVA) trasparente che contiene additivi che ne ritardano l’ingiallimento dovuto all’esposizione ai raggi ultravioletti durante la vita operativa del modulo. Lo scopo dell’EVA è triplice: evitare un contatto diretto tra celle e vetro, eliminare gli interstizi che altrimenti si formerebbero a causa della superficie non perfettamente liscia delle celle ed isolare elettricamente la parte attiva dal resto del laminato.

Le celle fotovoltaiche, che si presentano all’assemblaggio del modulo con i contatti elettrici anteriori e posteriori già predisposti, vengono appoggiate sul vetro a matrice (ad esempio, in moduli da 36 celle si possono avere 4 file da 9 celle ognuna) e collegate elettricamente tra loro, generalmente in serie, utilizzando sottili nastri metallici elettsosaldati.

Il numero di celle presenti in ogni singolo modulo fotovoltaico assume generalmente valori standard: 36, 64 e 72 a cui corrispondono dimensioni circa di 1 x 0.5 m, 0.8 x 0.8 m, 1 x 1m (figura 2.1.2).
Sul retro delle celle viene posto un ulteriore foglio di EVA, con funzioni analoghe a quello utilizzato anteriormente. A chiusura del sandwich realizzato, viene in genere utilizzato un foglio di polivinile fluorurato Tedlar, eventualmente rinforzato con fogli metallici e polimerici per aumentare la sua impermeabilità all’ossigeno e all’acqua. In alternativa è possibile usare un altro vetro con caratteristiche meccaniche e trasmissive della luce inferiori a quelle previste per il vetro anteriore: un modulo realizzato in questo modo viene detto a doppio vetro.

![Figura 2.1.2 - Modulo fotovoltaico da 72 celle in silicio policristallino](image)

### 2.2 Collegamenti elettici

2.2.1 Collegamenti tra le celle fotovoltaiche

Come visto nel paragrafo precedente moduli fotovoltaici in silicio cristallino contengono un certo numero di celle, normalmente 36, 64 o 72, elettricamente collegate tra loro così da formare un unico componente.

Nei moduli commerciali le celle fotovoltaiche sono collegate in serie.
Come risultato, i moduli fotovoltaici si configurano esternamente come componenti a due terminali (o quattro se sono previste due sezioni), aventi una curva caratteristica di generazione tensione-corrente con andamento identico a quello delle celle che lo compongono ma, ovviamente, con valori di tensione proporzionale al numero di celle in serie.

Il collegamento in serie delle celle fotovoltaiche che compongono un modulo avviene facendo uso di sottili bandelle metalliche elettrosaldate alle facce superiori e inferiori delle celle stesse: essendo le celle fotovoltaiche dei diodi semiconduttori, il loro collegamento in serie si traduce in un circuito come quello di figura 2.2.1.

Considerando il funzionamento elettrico della serie di celle, si nota che, qualora la cella venisse oscurata, quest’ultima cesserebbe di comportarsi da generatore funzionando invece come un diodo polarizzato inversamente: questo comporterebbe il blocco della corrente generata azzerando così l’energia prodotta da tutta la catena, ossia dal modulo.

Nel caso invece una delle celle sia solo parzialmente oscurata, la corrente che attraversa il modulo risulta pari a quella che tale cella produrrebbe se presa singolarmente.

È importante quindi fare in modo che, durante il loro funzionamento, i moduli fotovoltaici vengano ombreggiati il meno possibile, anche solo parzialmente, in quanto ogni singolo modulo si comporta come se tutte le celle che lo compongono ricevessero una quantità di radiazione solare pari a quella che riceve la cella meno esposta, che si tradurrebbe in una riduzione dell’energia prodotta più che proporzionale rispetto alla percentuale di superficie ombreggiata.

\[\text{Figura 2.2.1 - Circuito equivalente di più celle fotovoltaiche collegate tra loro in serie}\]
2.3 Sistema di accumulo dell'energia

2.3.1 Peculiarità

Nei sistemi fotovoltaici utilizzati per alimentare utenze isolate dalla rete di distribuzione, l’immagazzinamento dell’energia viene di regola realizzato ricorrendo ad accumulatori di tipo elettrochimico. La presenza di batterie di accumulatori di opportuna capacità permette al sistema di far fronte alle punte di carico senza dover sovradimensionare i generatori (fotovoltaico), nonché di garantire la continuità del servizio elettrico anche in condizioni di basso o nullo irraggiamento o guasto temporaneo degli stessi. Inoltre, in alcuni casi, la batteria consente di ottimizzare l’accoppiamento fra il generatore fotovoltaico ed il resto dell’impianto.

Fra le diverse tipologie disponibili, l’accumulatore adatto per l’uso in impianti a fonte rinnovabile dovrebbe possedere le seguenti peculiarità tecniche:

- Elevata efficienza (rapporto tra energia fornita ed energia immagazzinata);
- Lunga durata (numero di cicli di carica/scarica);
- Buona resistenza alle escursioni termiche (uso di impianti in quota);
- Bassa manutenzione (utenze isolate spesso significa località remote);
- Ridotta auto scarica (in alcuni casi gli impianti rimangono inattivi per mesi).

Le batterie generalmente utilizzate nelle applicazioni di potenza e che, in qualche misura, corrispondono alle peculiarità descritte sono del tipo al piombo-acido (figura 2.3.1) che hanno beneficiato per decenni di un continuo sviluppo tecnologico legato alle esigenze dell’industria automobile.

Fra i vari tipi che offre il mercato, le batterie al Nichel/Cadmio sembrerebbero a prima vista essere quelle più compatibili con l’uso fotovoltaico; tuttavia, presentano alcune caratteristiche che le rendono, allo stato attuale, ancora poco vantaggiose se confrontate con quelle al piombo-acido. Risentono dell’effetto memoria, hanno un’autoscarica maggiore e contengono Cadmio che risulta un potenziale contaminante dell’ambiente.
Inoltre le taglie disponibili per questi componenti sono decisamente inferiori rispetto alle batterie al piombo-acido, il che in pratica ne confina le possibili applicazioni ai piccoli sistemi.

In definitiva, il costo iniziale della batteria al Nichel/cadmio è di 2.5 ÷ 4 volte superiore a quella della batteria al piombo-acido, ma offre una vita utile maggiore per cui il costo per ciclo di carica/scarica scende a circa 1.3 ÷ 1.5 volte.

2.3.2 Le batterie Nichel/cadmio

Le batterie Nichel/cadmio sono costituite da un elettrodo positivo di idrossido di nichel, un elettrodo negativo di idrossido di cadmio, un separatore ed un elettrolita alcalino. Queste batterie solitamente hanno un contenitore di metallo con una placca sigillante con una valvola di sicurezza autosigillante. Gli elettrodi, isolati da ogni altra cosa tramite il separatore, sono arrotolati a spirale dentro al contenitore. La reazione chimica che avviene in una batteria Ni - Cd è la seguente:

\[
2NiO(OH) + Cd + 2H_2O \leftrightarrow 2Ni(OH)_2 + Cd(OH)_2 \tag{2.1}
\]

→ Scarica
← Carica

Figura 2.3.1 - Elementi di accumulatori al Pb-acido da 2V ciascuno

22
L'elettrolita alcalino (di solito KOH, idrossido di potassio) non viene consumato in questa reazione. La tensione nominale di una cella è solitamente 1,2 V.

Uno schema rappresentativo di un accumulatore Nichel/cadmio è riportato in figura 2.3.2.

Figura 2.3.2 - Strutture schematiche di batterie al Nichel/cadmio

Negli accumulatori al Nichel/cadmio, in caso di sovra o sotto caricamento della batteria ci sono due possibili effetti. Se l'anodo è sovraccaricato, si produce idrogeno; se il catodo è sovraccaricato, si produce ossigeno. Per questo motivo l'anodo è sempre progettato per avere una capacità più alta del catodo, per evitare il rilascio di idrogeno. Lo sviluppo storico di tali batterie è in parallelo con quello delle batterie nichel-ferro offrendo anche caratteristiche simili a quest’ultime, come l’alta energia specifica confrontata con quella delle batterie al piombo, un’alta resistenza a “maltrattamenti” ed un lungo ciclo di vita. I particolari vantaggi delle batterie al Nichel/cadmio sono tuttavia racchiusi nel miglior comportamento a basse temperature, nella minore autoscarica e nella maggiore efficienza elettrica, richiedendo inoltre una minore manutenzione ed un minor consumo d’acqua. Questo tipo di batteria è stata montata su molti veicoli elettrici, presentando particolari affinità con questo tipo di applicazione: buon ciclo di vita, potenza specifica elevata, capacità di ricarica piuttosto veloce e capacità di operare in un’ampia gamma di temperature. Il costo di tali batterie è stato comunque abbastanza alto, spingendo numerosi produttori a non considerare questo tipo di accumulatore come soluzione più adatta. E’ necessario inoltre considerare la tossicità del cadmio, fattore
che gioca un ruolo chiave nell’accettazione di questo tipo di batteria. Queste batterie possono essere realizzate in diverse configurazioni a seconda degli scopi: sostanzialmente si mira ad ottenere grandi densità di energia oppure grandi densità di potenza.

2.4 Regolazione della carica: tecnica e prestazioni

Le prestazioni di un sistema fotovoltaico dotato di accumulo elettrochimico sono notevolmente influenzate dal tipo di regolazione della carica che il progettista ha scelto e dal buon accoppiamento tra regolatore di carica e generatore fotovoltaico.

La principale funzione di un regolatore di carica è quella di proteggere l’accumulo da sovraccarichi e da eccessive scariche in modo da aumentarne la vita utile e farlo lavorare in un intervallo di tensioni adeguate all’utilizzo. Inoltre, un buon regolatore di carica deve offrire:

- Affidabilità: si intende non solo un basso MTBF (tempo medio tra guasti), ma anche una buona risposta al variare delle condizioni operative (temperatura, umidità, posizione, ecc.): per esempio, una bassissima sensibilità dei valori impostati per le soglie di tensione di carica.
- Semplicità costruttiva: nel caso di regolatori elettronici, si preferiscono assemblaggi compatti in shelter resistenti e di facile cablaggio elettrico.

Una prima macro suddivisione può essere definita sulla base della corrente del generatore fotovoltaico in quanto, per correnti inferiori ai 30 – 40 A (tensioni 12/24 V) sono disponibili regolatori compatti e totalmente elettronici mentre per generatori di taglia maggiore si ricorre a regolatori a controllo elettronico ed attuazione elettromeccanica.

Fra i possibili metodi di regolazione tradizionale della carica ne riassumiamo qualcuno nel seguito (figura 2.4.1):
**Autoregolazione**

Si realizza con un accoppiamento diretto tra generatore fotovoltaico e batteria sfruttando la capacità autoregolante dell’accoppiamento. Durante la fase di carica, al crescere della tensione di batteria il punto di lavoro dell’accoppiamento si sposta, lungo la caratteristica I-V del generatore fotovoltaico, sempre più verso la tensione a vuoto a cui corrispondono via via correnti di carica sempre più basse. Questo tipo di regolazione potrebbe risultare conveniente:

Quando la temperatura ambientale non ha grandi variazioni stagionali (il punto di massima potenza rimane piuttosto costante e quindi più agevole la previsione del funzionamento dell’autoregolazione);

Quando il carico elettrico, qualora si preveda la distribuzione in corrente continua, consente escursioni sensibili della tensione di alimentazione;

Quando il carico elettrico sia presente con una certa continuità: è preferibile, infatti, evitare di tenere sotto carica costante l’accumulo, seppur con basse correnti, per lunghi periodi.

Si tratta quindi del sistema più semplice, in quanto l’unica precauzione adottata consiste nel diodo di serie che previene la scarica dell’accumulatore durante la notte. Questo sistema permette di risparmiare sul costo dei contattori e del circuito di controllo, ma in pratica è utilizzabile solo per piccolissimi sistemi (1 o 2 moduli fotovoltaici).

**ON–OFF serie**

Un apposito regolatore provvede al distacco del generatore fotovoltaico quando la carica della batteria supera un determinato valore di soglia, per poi ripristinarlo al raggiungimento di un valore leggermente inferiore (in genere si considera la tensione di batteria con una eventuale correzione per la temperatura). Ovviamente, i valori di tensione corrispondenti al distacco e al ripristino della carica sono opportunamente distanziati al fine di ottenere una certa isteresi nel funzionamento e impedire quindi interventi troppo ravvicinati. Sul lato carico, il circuito viene interrotto quando la carica della batteria è considerata troppo bassa e ulteriori prelievi potrebbero danneggiarla. Il carico viene poi ripristinato quando il livello di carica raggiunge un valore opportuno, leggermente superiore rispetto al precedente (questa considerazione vale anche per gli altri regolatori).
**ON – OFF parallelo**
Il principio di funzionamento è analogo a quello del regolatore serie, ma in questo caso, quando la carica della batteria supera il valore massimo, si provoca un abbassamento della tensione del generatore fotovoltaico facendo fluire la corrente di ingresso in una resistenza di valore opportuno. Il vantaggio, rispetto al caso precedente, consiste generalmente nella minore corrente che il connettore è chiamato a interrompere o ripristinare.

**ON – OFF a gradini**
È stato osservato, soprattutto in impianti di una certa taglia, che la regolazione ON – OFF con un unico contattore in ingresso non è in grado di sfruttare al meglio la capacità della batteria, in quanto il permanere di elevati valori di corrente in prossimità dello stato di massima carica comporta spesso grossolani errori nella misura di quest’ultima, facendo nel contempo sorgere il fenomeno della gassificazione dell’elettrolita in modo abbastanza evidente. È quindi preferibile un distacco graduale del generatore fotovoltaico in prossimità della carica massima, effetto che può essere ottenuto per mezzo di un regolatore a gradini. Tuttavia, la necessità di prevedere più contattori di ingresso, con le relative connessioni al generatore fotovoltaico, ha fatto cadere abbastanza in disuso questo tipo di regolatore, oggi sempre più sostituito dalla tecnica PWM.

**MPPT**
In questo tipo di regolatore, tra il generatore fotovoltaico e l’accumulo è interposto un circuito in grado di far lavorare il generatore fotovoltaico nel punto di massima potenza, pur gestendo la carica dell’accumulo e provvedendo al suo distacco nel caso di superamento della massima carica; in questo modo è sempre garantito il pieno sfruttamento della potenza disponibile lato generatore. In questo tipo di regolatori si fa uso di dispositivi di commutazione a semiconduttori al posto dei contattori elettromeccanici; questo tipo di regolatore risulta essere attualmente ancora poco usato, probabilmente a causa della complessità del circuito chopper di ingresso.

Un esempio specifico raccolto nella figura 2.4.2 a,b,c) mostra la caratteristica I-V di un sistema fotovoltaico formato accoppiando una batteria da 24 V con un generatore costituito da due moduli in serie da 27 (a), 30 (b), 36 (c) celle. Si osserva che, nel caso a), un aumento della temperatura ambiente (curva 2-3) sortirebbe l’effetto di attenuare
notevolmente l’effetto di carica; nel caso c), essendo l’intervallo di carica della batteria alla sinistra del ginocchio della caratteristica I-V non c’è influenza della temperatura ma si perde di fatto l’effetto dell’autoregolazione che attenua la corrente di carica.

La soluzione ottimale per un sistema a 24 V autoregolante sarebbe quindi l’uso di moduli con 30 celle.

Le possibilità offerte dai regolatori elettronici a microprocessori hanno consentito lo sviluppo di nuove logiche di gestione della ricarica delle batterie. Un esempio, viene dai regolatori a tre stadi. Il funzionamento di questi dispositivi si basa sul fatto che in una batteria poco carica gli elettrodi sono stati comunque soggetti, anche se solo parzialmente, ad un processo di solfatazione, consistente nella formazione di uno strato di ossido che non consente il raggiungimento della piena carica delle piastre.

Questo fenomeno si manifesta con un incremento della resistenza equivalente in serie all’accumulatore che, in tal modo, presenta una tensione significativamente inferiore a quella fornita dal regolatore.

I regolatori caricabatterie a tre stadi cercano di ovviare a questo inconveniente operando in tre fasi come riportato in figura 2.4.3:

- **Fase Bulk**: del tutto simile alla fase di carica tradizionale a corrente costante fino a quando la tensione della batteria è al di sotto della tensione di piena carica;
- **Fase Absorption**: per mantenere per un certo periodo di tempo la tensione al di sopra del valore di piena carica;
- **Fase Float**: per mantenere il valore di tensione raggiunto.

Rispetto a quelli tradizionali, i caricabatterie a 3 stati possono funzionare quindi anche nella modalità Absorption, che dovrebbe consentire al sistema di accumulo di raggiungere la piena carica. In realtà:

- Non è facile determinare a priori la durata del tempo di Absorption, tenuto conto che quest’ultimo dovrebbe dipendere dalla storia passata del sistema di accumulo e che, comunque, tale operazione non dovrebbe essere eseguita troppo frequentemente;
- Sottoporre per alcune ore gli elementi della batteria ad una tensione superiore a quella massima provoca degli stress termici che possono ridurne la durata e/o richiedere interventi manutentivi più frequenti.
- La reale efficienza del metodo dipende dalle condizioni operative di funzionamento, che possono differire anche di molto da quelle ideali adottate nei test di laboratorio.

<table>
<thead>
<tr>
<th>a) Autoregolante</th>
<th>Generatore FV</th>
<th>Carico</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>b) ON-OFF serie</td>
<td>Generatore FV</td>
<td>Carico</td>
</tr>
<tr>
<td>c) ON-OFF parallelo</td>
<td>Generatore FV</td>
<td>Carico</td>
</tr>
<tr>
<td>d) ON-OFF a gradini</td>
<td>Generatore FV</td>
<td>Carico</td>
</tr>
<tr>
<td>e) MPPT</td>
<td>Generatore FV</td>
<td>Carico</td>
</tr>
<tr>
<td>f) PWM (Pulse Width modulation)</td>
<td>Generatore FV</td>
<td>Carico</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Figura 2.4.1 - Tipologie di regolatori di carica

Nonostante queste osservazioni, i regolatori a 3 stadi godono attualmente di grande popularità e quasi tutte le case produttrici prevedono alcuni modelli con queste caratteristiche.
Alcuni produttori propongono la regolazione a 4 stati, prevedendo in alcune situazioni l’utilizzo di una fase finale di equalizzazione della carica degli elementi.

Figura 2.4.2 - Accoppiamento generatore - batteria: esempio con a) 27 celle, b) 30 celle, c) 36 celle

Figura 2.4.3 - Modalità di funzionamento di un caricabatterie a tre stadi
2.5 Convertitori statici

2.5.1 Considerazioni generali e principali tipologie

Nella categoria dei convertitori statici rientrano tutti i dispositivi di potenza in grado di convertire alcune grandezze elettriche presenti in ingresso (tipicamente tensione e frequenza) in altre disponibili in corrispondenza dell’uscita.

Vi sono pertanto i convertitori statici ca/cc (raddrizzatori e alimentatori), i convertitori cc/cc, detti anche chopper ed i convertitori cc/ca, detti anche inverter e, infine, i convertitori ca/ca o ciclo inverter.

Normalmente, nelle applicazioni fotovoltaiche i convertitori più utilizzati sono gli inverter.

Gli inverter per il fotovoltaico possono, con qualche eccezione, essere suddivisi in due grandi famiglie: inverter per applicazioni isolate o stand-alone e inverter per il funzionamento in parallelo alla rete elettrica o grid-connected.

Le differenze tra le due famiglie di apparecchiature sono sia di tipo tecnico che applicativo, per cui le case costruttrici solitamente tengono le corrispondenti linee di prodotti ben separate.
2.5.2 Componenti e funzioni principali degli inverter

Negli inverter è possibile individuare alcuni componenti e blocchi funzionali che, nonostante possano differire anche notevolmente dal punto di vista circuitale, a seconda della casa costruttrice e del modello, svolgono delle funzioni tipiche e ricorrenti. La figura 2.5.1 mostra l’interno di un inverter per il funzionamento in parallelo alla rete elettrica della potenza di alcuni kW.

Come si può vedere, attualmente questi dispositivi si presentano piuttosto compatti e anche i componenti di potenza (induttanze, trasformatori, semiconduttori di potenza) spesso trovano posto in un'unica scheda.

Con riferimento alla figura 2.5.1, la casa costruttrice evidenzia le seguenti parti:

1) Convertitore di potenza ad alta frequenza di tipo fly-back;
2) Trasformatore ad alta frequenza isolato in classe II;
3) Sistema di raffreddamento;
4) Maximum Power Point Tracker (MPPT);
5) Ingresso multiplo con più circuiti MPPT;
6) Controllo centrale a microprocessore;
7) Protezioni di interfaccia rete;
8) Circuito di rilevamento di guasto a terra del generatore fotovoltaico;
9) Dispositivi di protezione contro le sovratensioni a varistore;
10) Interfaccia di comunicazione.

2.5.3 Ponte di conversione

Il ponte di conversione è il cuore del convertitore e permette di passare dalla corrente continua alla corrente alternata facendo uso di dispositivi semiconduttori pilotati con sequenze di impulsi di comando controllati.

In figura 2.5.2 è mostrato il principio di funzionamento di un convertitore full-bridge dotato di filtro in uscita in cui i dispositivi di potenza sono schematicizzati con
interruttori. Chiudendo e aprendo alternativamente le coppie $I_1 - I_4$ e $I_2 - I_3$ si ottiene la conversione da continua in alternata.

Figura 2.5.1 - Esempio di inverter grid-connected della potenza di alcuni kW

La commutazione del ponte può avvenire alla frequenza di rete o a frequenza più elevata. Nel primo caso si ottiene all’uscita un’onda quadra, mentre nel secondo si può cercare di approssimare la forma d’onda ad una sinusoidale con dei treni di impulsi a larghezza variabile (tecnica PWM).

Figura 2.5.2 - Schema di principio di un ponte di conversione full-bridge
Le caratteristiche del filtro presente all’uscita del ponte dipendono necessariamente dal tipo di ponte di conversione utilizzato, dalla sua modalità di funzionamento e dall’ampiezza massima delle armoniche che si è disposti a tollerare. In generale, operando alla frequenza di lavoro, il contenuto di armoniche risulta piuttosto elevato anche a valle della sezione di filtraggio.

Le pesanti sezioni di filtro delle armoniche richieste dagli inverter commutati a frequenza di rete comportano inoltre dei considerevoli sfasamenti tra tensione e corrente di uscita, ossia valori di cos φ piuttosto bassi (0.5 ÷ 0.6).

2.5.4 Principali caratteristiche costruttive

Benché gli inverter commerciali possano differire tra loro anche notevolmente, lo schema a blocchi del funzionamento presentato nella figura 2.5.3 relativo ad una tipologia di inverter per servizio isolato e quello di figura 2.5.4 per una tipologia parallelabile alla rete hanno validità generale.

Come si può vedere dalla figura 2.5.3, gli inverter per applicazioni stand-alone sono costituiti essenzialmente da un ponte di conversione (generalmente con trasformatore a valle) ed un regolatore interno con lo scopo di mantenere costante il valore della tensione (e frequenza) d’uscita per variazioni della tensione di ingresso in un intervallo di valori prefissato.

![Schema a blocchi di principio di un inverter stand-alone](image)

Figura 2.5.33 - Schema a blocchi di principio di un inverter stand-alone
Allo stadio di conversione fa seguito una sezione di filtraggio delle armoniche e, infine, le protezioni lato carico, generalmente rappresentate da dispositivi in grado di intervenire per massima corrente e/o cortocircuito. A titolo di esempio, in figura 2.5.5 è riportato lo schema a blocchi dettagliato di un inverter da 6kVA utilizzato in applicazioni stand-alone.

Figura 2.5.4 - Schema a blocchi di principio di un inverter parallelabile alla rete

Negli inverter parallelabili alla rete è invece sempre presente la funzione MPPT, e la macchina deve poter variare la propria impedenza di ingresso per poter assumere quella ottimale corrispondente al massimo trasferimento di potenza. Questa funzione è svolta da un primo ponte di conversione cc/ca o cc/cc comandato dall’unità di controllo.

Per mantenere le condizioni di lavoro del generatore fotovoltaico prossime al punto di massima potenza, è importante che questa prima conversione non induca eccessive variazioni periodiche nell’assorbimento di corrente (ripple in ingresso): da qui la presenza di una sezione di filtraggio lato continua.

Un secondo ponte di conversione, sincronizzato con la frequenza di rete, provvede successivamente a fornire la potenza di uscita con le caratteristiche di tensione e frequenza richieste. In questo stadio viene realizzata anche la regolazione della tensione di uscita in modo tale che l’inverter sia visto dalla rete come un generatore di corrente.

Il trasformatore, quando presente, può essere interposto tra i due ponti di conversione o all’uscita del secondo, a seconda delle soluzioni circuitali adottate dal costruttore.
Figura 2.5.5 - Esempio di schema a blocchi di un inverter monofase di tipo stand-alone

Allo stadio di conversione fa seguito una sezione di filtraggio delle armoniche e, infine, le protezioni lato carico costituite, oltre che da un dispositivo di intervento per massima corrente, anche dalle protezioni di interfaccia richieste dal gestore della rete a cui la macchina è collegata.
CAPITOLO 3

Analisi di producibilità di un impianto fotovoltaico

3.1 Calcolo della radiazione solare teorica sul piano dei moduli

Come visto in precedenza, la radiazione solare si presenta sulla fascia esterna dell’atmosfera terrestre con una potenza media di 1367 W/m\(^2\) (costante solare) e con una distribuzione spettrale che spazia dall’ultravioletto all’infrarosso termico secondo l’andamento della curva AM 0.

Se ci si trovasse al di fuori dell’atmosfera terrestre sarebbe sufficiente posizionare i moduli fotovoltaici perpendicolarmente alla direzione di arrivo dei raggi solari per poter intercettare sempre tutta la potenza disponibile.

Sulla superficie terrestre le cose vanno purtroppo in maniera un po’ differente: a causa della rotazione terrestre sul proprio asse, l’inclinazione dei raggi solari incidenti su un piano posto sulla superficie e parallelo ad essa varia con l’ora del giorno.

Inoltre, poiché l’asse di rotazione terrestre è inclinato di 23.5\(^\circ\) rispetto al piano su cui giace l’orbita di rivoluzione della terra attorno al sole\(^6\), l’inclinazione dei raggi solari dipende anche dalla posizione del globo terrestre su tale orbita e quindi dal giorno dell’anno.

\(^6\) In realtà, questo valore non è costante perché l’inclinazione dell’asse terrestre subisce un moto detto di precessione che nel corso del tempo ne modifica l’inclinazione. Poiché però, in conseguenza di questo fenomeno, all’asse terrestre occorrono 25776 anni per compiere un’oscillazione completa, il suo effetto può essere considerato assolutamente trascurabile.
3.1.1 Calcolo dell’angolo orario $\omega$

Questi due concetti sono espressi matematicamente, in modo molto semplice, per mezzo di due angoli (figura 3.1.1). Il primo, $\omega$, è detto **angolo orario** e tiene conto della rotazione della terra attorno al proprio asse. Il suo valore, compreso tra $0^\circ$ e $360^\circ$, può essere ricavato dalla seguente espressione:

$$\omega = 15(t_s - 12)$$

Dove $t_s$ è l’ora solare, compresa tra 0 e 24.

![Figura 3.1.1 - Declinazione $\delta$ e angolo orario $\omega$ visti da un osservatore terrestre](image)

Tuttavia, non sempre l’ora convenzionale $t_c$ (quella ufficiale, che si legge sull’orologio, identica per ogni fuso orario) coincide esattamente con l’ora solare e pertanto quest’ultima va calcolata tenendo conto della posizione del sito all’interno del corrispondente meridiano.

A titolo di esempio, in tabella 1 vengono riportate le differenze angolari $\Delta \omega$, per alcune località italiane ed estere, all’interno del fuso orario centrato sul meridiano di longitudine $+15^\circ$ (avanti di un’ora rispetto al meridiano di Greenwich): il valore di $\Delta t_\omega$
è stato ottenuto dividendo per 15° (rotazione terrestre corrispondente ad 1 ora) il valore di \( \Delta_\omega \).

Nel calcolo dell’ora solare \( t_s \) è possibile poi tenere conto dell’effetto dovuto alla combinazione del moto della terra attorno al proprio asse con quello di rivoluzione attorno al sole che avviene con orbita ellittica. Questo effetto è in genere modesto in quanto non va oltre scostamenti di \( \pm 15 \) minuti.

Proprio per la loro lieve entità, questi scostamenti sono riportati come medie mensili nella tabella 2, ricavata dalla cosiddetta equazione del tempo la quale, nel caso sia necessario invece tenere conto del fenomeno in modo più preciso, può essere utilizzata in forma analitica facendo riferimento alla bibliografia\(^7\).

In definitiva, l’ora solare \( t_s \) è ricavabile sommando all’ora convenzionale \( t_c \) (prestando attenzione all’ora legale) il contributo dovuto alla variazione della longitudine del sito \( \Delta t_\omega \) (rispetto al meridiano su cui è centrato il fuso orario corrispondente) e aggiungendo poi lo scarto dipendente dalla equazione del tempo \( \Delta t_t \):

\[
t_s = t_c + \Delta t_\omega + \Delta t_t
\]  

Per semplificare i calcoli conviene esprimere i tempi in ore e le loro frazioni decimali. Analogamente, gli angoli saranno espressi in gradi sessagesimali e frazioni decimali di grado.

La parte frazionario, sia delle ore che degli angoli si ottiene moltiplicando per \( 5/3 \) nel primo caso i minuti primi e nel secondo caso i primi di grado. I secondi, sia temporali che angolari, possono essere trascurati.

*Tabella 2 - Coordinate e differences angolari per alcune località europee*

<table>
<thead>
<tr>
<th>Località</th>
<th>Latitudine e Longitudine</th>
<th>( \Delta_\omega )</th>
<th>( \Delta t_\omega )</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Torino</td>
<td>45.1° N 7.7° E</td>
<td>-7.3°</td>
<td>-0.49</td>
</tr>
<tr>
<td>Milano</td>
<td>45.4° N 9.2° E</td>
<td>-5.8°</td>
<td>-0.39</td>
</tr>
<tr>
<td>Trento</td>
<td>46.1° N 11.2° E</td>
<td>-3.8°</td>
<td>-0.25</td>
</tr>
<tr>
<td>Trieste</td>
<td>45.6° N 13.8° E</td>
<td>-1.2°</td>
<td>-0.08</td>
</tr>
</tbody>
</table>

\(^7\) [Califano, Silvestrini, Vitale, 1984] e [Lorenzo, 1994]
<p>| | | | | |</p>
<table>
<thead>
<tr>
<th></th>
<th></th>
<th></th>
<th></th>
<th></th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Bologna</td>
<td>44.5° N</td>
<td>11.4° E</td>
<td>-3.6°</td>
<td>-0.24</td>
</tr>
<tr>
<td>Roma</td>
<td>41.8° N</td>
<td>12.5° E</td>
<td>-2.5°</td>
<td>-0.17</td>
</tr>
<tr>
<td>Napoli</td>
<td>40.8° N</td>
<td>14.2° E</td>
<td>-0.8°</td>
<td>-0.05</td>
</tr>
<tr>
<td>Cagliari</td>
<td>39.2° N</td>
<td>9.2° E</td>
<td>-5.8°</td>
<td>-0.39</td>
</tr>
<tr>
<td>Bari</td>
<td>41.1° N</td>
<td>16.9° E</td>
<td>+1.9°</td>
<td>+0.13</td>
</tr>
<tr>
<td>Palermo</td>
<td>38.1° N</td>
<td>13.3° E</td>
<td>-1.7°</td>
<td>-0.11</td>
</tr>
<tr>
<td>Parigi</td>
<td>46.8° N</td>
<td>2.3° E</td>
<td>-12.7°</td>
<td>-0.85</td>
</tr>
<tr>
<td>Berlino</td>
<td>52.5° N</td>
<td>13.4° E</td>
<td>-1.6°</td>
<td>-0.11</td>
</tr>
<tr>
<td>Madrid</td>
<td>40.4° N</td>
<td>3.7° O</td>
<td>-18.7°</td>
<td>-1.25</td>
</tr>
<tr>
<td>Berna</td>
<td>46.9° N</td>
<td>7.5° E</td>
<td>-7.5°</td>
<td>-0.50</td>
</tr>
<tr>
<td>Vienna</td>
<td>48.2° N</td>
<td>16.4° E</td>
<td>+1.4°</td>
<td>+0.09</td>
</tr>
<tr>
<td>Varsavia</td>
<td>52.2° N</td>
<td>21.0° E</td>
<td>+6.0°</td>
<td>+0.40</td>
</tr>
<tr>
<td>Amsterdam</td>
<td>52.4° N</td>
<td>4.9° E</td>
<td>-10.1°</td>
<td>-0.67</td>
</tr>
<tr>
<td>Copenaghen</td>
<td>55.7° N</td>
<td>12.5° E</td>
<td>-2.5°</td>
<td>-0.17</td>
</tr>
</tbody>
</table>

**Tabella 3 - Valori medi mensili dell’equazioni del tempo**

<table>
<thead>
<tr>
<th>Mese</th>
<th>Δt_t</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Gennaio</td>
<td>-0.15</td>
</tr>
<tr>
<td>Febbraio</td>
<td>-0.23</td>
</tr>
<tr>
<td>Marzo</td>
<td>-0.15</td>
</tr>
<tr>
<td>Aprile</td>
<td>-0.02</td>
</tr>
<tr>
<td>Maggio</td>
<td>+0.05</td>
</tr>
<tr>
<td>Giugno</td>
<td>-0.01</td>
</tr>
<tr>
<td>Luglio</td>
<td>-0.10</td>
</tr>
<tr>
<td>Agosto</td>
<td>-0.05</td>
</tr>
<tr>
<td>Settembre</td>
<td>+0.08</td>
</tr>
<tr>
<td>Ottobre</td>
<td>+0.23</td>
</tr>
<tr>
<td>Novembre</td>
<td>+0.23</td>
</tr>
<tr>
<td>Dicembre</td>
<td>+0.10</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Per fare un esempio supponiamo di volere calcolare l’ora solare \( t_s \) per Torino alle ore 10:30 (valore già depurato dell’effetto dell’ora legale) del 20 di luglio. Applicando le
considerazioni viste e facendo riferimento alle tabelle 1 e 2, si ottiene per i valori di $t_s$ e $\omega$.

\[ t_s = 10.50 - 0.49 - 0.15 = 9.86 \]  \[ 3.3 \]

\[ \omega = 15(9.86 - 12) = -32.1^\circ \]  \[ 3.4 \]

3.1.2 Calcolo della declinazione $\delta$

La declinazione $\delta$ che, come si è detto, tiene conto dell’effetto dell’inclinazione dell’asse terrestre, può essere calcolata approssimativamente per mezzo della seguente formula:

\[ \delta = 23.5 \sin\left[\frac{360(284 + n)}{365}\right] \]  \[ 3.5 \]

Dove per $n$ si intende il numero del giorno dell’anno considerato di 365 giorni. Conoscenza il giorno $g$ di un qualunque mese, la tabella 3 consente di ottenere agevolmente $n$.

Richiamando l’esempio precedente, il calcolo della declinazione (per il giorno considerato (20 luglio)) è dunque pari a:

\[ \delta = 23.5 \sin\left[\frac{360(284 + 181 + 20)}{365}\right] = 20.7^\circ \]  \[ 3.6 \]

**Tabella 4 - Giorni progressivi nell’anno**

<table>
<thead>
<tr>
<th>Mese</th>
<th>$n$</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Gennaio</td>
<td>$g$</td>
</tr>
<tr>
<td>Febbraio</td>
<td>$31 + g$</td>
</tr>
<tr>
<td>Marzo</td>
<td>$58 + g$</td>
</tr>
<tr>
<td>Aprile</td>
<td>$90 + g$</td>
</tr>
<tr>
<td>Maggio</td>
<td>$120 + g$</td>
</tr>
</tbody>
</table>

---

8 Un calcolo più esatto dovrebbe tenere conto della forma dell’orbita terrestre, che è ellittica, e, conseguentemente, della velocità della Terra su quest’orbita che, anziché essere costante, varia con la posizione.

41
### 3.1.3 Calcolo dell’angolo di incidenza $\theta$

Supponiamo di considerare un sito caratterizzato dall’avere una particolare latitudine $\varphi$ (positiva per l’emisfero Nord, negativa per quello Sud) e un proprio valore di longitudine che viene utilizzato per calcolare l’angolo orario $\omega$. Dovendo realizzare un impianto fotovoltaico, i moduli vengono allora posizionati con un’inclinazione rispetto all’orizzonte pari a $\beta$, angolo questo da considerarsi positivo se rivolto verso l’equatore.

Se poi la normale al piano dei moduli non è contenuta nel piano del meridiano corrispondente, cioè l’impianto risulta rivolto anche verso ovest o verso est, occorre tenere conto di questo fenomeno per mezzo dell’angolo di azimut $\alpha$, (scostamento azimutale) positivo per rotazioni verso ovest, negativo verso est.

A questo punto si dispone di tutti i dati necessari per potere calcolare l’angolo di incidenza $\theta$, esistente tra i raggi solari e la normale ai moduli. Se $\theta = 0$ la radiazione solare è perpendicolare ai moduli e, viceversa, se $\theta = \pm 90$ la radiazione solare è parallela al piano delle celle.

L’espressione analitica di $\theta$ risulta essere la seguente:

$$
\cos \theta = \sin \delta \sin \varphi \cos \beta - \sin \delta \cos \varphi \sin \beta \cos \alpha + \cos \delta \cos \varphi \cos \beta \cos \omega + \\
+ \cos \delta \sin \varphi \sin \beta \cos \alpha \cos \omega + \cos \delta \sin \beta \sin \alpha \sin \omega
$$

[3.7]

Essendo:

$\delta = $ declinazione $\quad \beta = $ inclinazione dei moduli

$\omega = $ angolo orario $\quad \alpha = $ orientamento dei moduli $\quad \varphi = $ latitudine

<table>
<thead>
<tr>
<th>Giugno</th>
<th>151 + $g$</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Luglio</td>
<td>181 + $g$</td>
</tr>
<tr>
<td>Agosto</td>
<td>212 + $g$</td>
</tr>
<tr>
<td>Settembre</td>
<td>243 + $g$</td>
</tr>
<tr>
<td>Ottobre</td>
<td>273 + $g$</td>
</tr>
<tr>
<td>Novembre</td>
<td>304 + $g$</td>
</tr>
<tr>
<td>Dicembre</td>
<td>334 + $g$</td>
</tr>
</tbody>
</table>
3.1.4 Radiazione diretta

Se si indica con \( I \) la radiazione diretta\(^9\) raccolta da un modulo orientato con angoli \( \alpha \) e \( \beta \) in un punto posto sulla superficie terrestre di latitudine \( \varphi \), in un particolare istante caratterizzato dai parametri \( \omega \) e \( \delta \) ed intensità della radiazione misurata al suolo sul piano orizzontale pari a \( I_{OR} \), questa avrà valore:

\[
I = \frac{I_{OR}\cos\theta}{\cos\theta_h} \tag{3.8}
\]

Dove \( \theta_h \) è l’angolo di incidenza tra la traiettoria dei raggi solari e la normale al piano orizzontale. Considerando l’espressione analitica di \( \cos \theta \), per \( \cos\theta_h \) si ha:

\[
\cos\theta_h = \sin\delta\sin\varphi + \cos\delta\cos\varphi\cos\omega \tag{3.9}
\]

Il risultato ottenuto è generalmente valido solo per valori di \( \theta \) positivo. In caso contrario, la radiazione solare sarebbe orientata verso la faccia posteriore delle celle.

In alcuni casi particolari (moduli double face) è previsto che la radiazione solare possa arrivare da entrambi i lati. Occorre sempre verificare nei calcoli che ci si trovi in una condizione di effettiva esposizione, ovvero non vi siano ostacoli interposti.

La misura della sola componente diretta della radiazione solare, si effettua mediante uno strumento di forma cilindrica chiamato pireliometro. Il cilindro, mascherando la porzione di volta celeste, consente ai soli raggi provenienti dal disco solare di incidere su un sensore ottenendo così la misura dell’energia associata alla sola radiazione collimata. È evidente che il pireliometro deve rimanere costantemente puntato verso il sole; per questo, lo strumento è montato su un inseguitore automatico.

3.1.5 Radiazione diffusa

L’atmosfera terrestre, oltre ad attenuare la radiazione solare nelle sue varie componenti spettrali, ne provoca anche una parziale o totale diffusione sulla volta celeste. La radiazione solare a livello del suolo si trova pertanto suddivisa in una componente

\(^9\) Bibliografia - 1
diretta ed in una diffusa. Questa ripartizione è funzione delle condizioni meteorologiche: con il cielo coperto la radiazione è quasi tutta diffusa, mentre se il cielo è sereno la componente diffusa non supera generalmente il 15% del totale.

I moduli fotovoltaici sono sensibili a entrambe le componenti ma con modalità differenti: mentre la componente diretta è trattata facendo uso delle considerazioni geometriche e temporali precedentemente viste, la componente diffusa può essere, almeno in prima approssimazione, considerata isotropa, cioè distribuita uniformemente sulla volta celeste.

I moduli fotovoltaici sono in grado di vedere una maggiore o minore porzione di cielo a seconda della loro inclinazione rispetto al piano orizzontale e della conformità dell’ambiente circostante; pertanto, la radiazione diffusa da essi raccolta è generalmente solo una parte di quella ottenibile in condizioni ideali (modulo orizzontale senza ostacoli alla radiazione sull’orizzonte).

Se indichiamo con $D_{OR}$ la densità di potenza della radiazione diffusa raccolta su un modulo orizzontale non contornato da ostacoli, la frazione $D$ raccolta da un modulo con inclinazione pari a $\beta$ rispetto all’orizzonte. È pari a:

$$D = D_{OR}(1 + \cos \beta)/2$$  \[3.10\]

La radiazione solare diffusa viene misurata con un solarimetro posto sul piano orizzontale oscurando, con una opportuna fascia metallica fissa, il disco solare per tutto l’arco del suo moto. La radiazione diffusa oscilla tipicamente da 0 a 250 ÷ 300 W/m$^2$. In media la radiazione diffusa in Italia rappresenta circa il 25% della radiazione globale ed è maggiore nella fascia settentrionale.

3.1.6 Albedo

I moduli fotovoltaici raccolgono la radiazione solare, oltre che attraverso le già viste componenti diretta e diffusa, anche in un terzo modo costituito dalla riflessione sul

10 Bibliografia - 3
11 Bibliografia - 2
suolo o da ostacoli prospicienti verso i moduli stessi. Questa componente della radiazione è detta componente di albedo e dipende sia dalle caratteristiche dell’ambiente visto dai moduli fotovoltaici, che dall’inclinazione di questi ultimi rispetto all’orizzonte.

Il fattore di albedo viene generalmente ricavato da osservazioni sperimentali e può variare in dipendenza del periodo dell’anno: si pensi ad esempio all’effetto di un terreno che nei mesi invernali si ricopre di neve o ghiaccio.

Se si indica con $G_{OR}$ la radiazione totale sul piano orizzontale e $\rho_g$ il fattore di albedo, la radiazione $R$ raccolta da un modulo inclinato per effetto dell’albedo può essere espressa dalla seguente equazione:

$$R = G_{OR}\rho_g(1 - \cos\beta)/2$$  \[3.11\]

Valori tipici del fattore di albedo per alcuni tipi di superfici sono riportati nella tabella 5.

Tabella 5 - Valori tipici del fattore di albedo

<table>
<thead>
<tr>
<th>Superficie</th>
<th>Albedo</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Neve (caduta di fresco con un film di ghiaccio)</td>
<td>0.75</td>
</tr>
<tr>
<td>Superfici d’acqua (con elevati angoli di incidenza)</td>
<td>0.70</td>
</tr>
<tr>
<td>Pareti di edifici chiare (mattoni chiari, ecc.)</td>
<td>0.60</td>
</tr>
<tr>
<td>Foglie secche</td>
<td>0.30</td>
</tr>
<tr>
<td>Pareti di edifici scure (mattoni rossi, pitture scure)</td>
<td>0.27</td>
</tr>
<tr>
<td>Foresta in autunno</td>
<td>0.26</td>
</tr>
<tr>
<td>Erba verde</td>
<td>0.26</td>
</tr>
<tr>
<td>Cemento</td>
<td>0.22</td>
</tr>
<tr>
<td>Erba secca</td>
<td>0.20</td>
</tr>
<tr>
<td>Superfici di rocce non omogenee</td>
<td>0.20</td>
</tr>
<tr>
<td>Terreni argillosi</td>
<td>0.14</td>
</tr>
<tr>
<td>Superfici di bitume e ghiaia</td>
<td>0.13</td>
</tr>
<tr>
<td>Foresta in inverno</td>
<td>0.07</td>
</tr>
<tr>
<td>Strade bianche</td>
<td>0.04</td>
</tr>
</tbody>
</table>
3.2 Soleggimento di un sito: dati caratteristici

Sulla base di quanto visto nel paragrafo precedente, la radiazione solare complessivamente raccolta da un modulo fotovoltaico è formata dalla somma delle sue tre componenti, diretta, diffusa e di albedo:

\[ G = I + D + R \]  

Queste quantità, che la geometria solare ci aiuta a definire, dipendono essenzialmente dalla latitudine: più ci si avvicina all’equatore più aumenta l’energia solare media che raggiunge il suolo. Fermo restando, comunque, che la reale disponibilità di energia solare capitabile dipende dalle condizioni atmosferiche e quindi dalla loro aleatorietà.

Dalla latitudine dipende l’altezza media del sole sull’orizzonte e la massa di aria che i raggi solari devono attraversare per arrivare al suolo. Più basso è il disco solare sull’orizzonte, maggiore è la massa di aria attraversata dai raggi solari e maggiore è l’attenuazione della radiazione. Inoltre, la latitudine influenza la differenza di durata del giorno tra estate ed inverno: al nord Italia la differenza tra il giorno più breve e quello più lungo è di circa 6,6 ore mentre al sud è di 5,1 ore. Ne consegue che la distribuzione dell’energia solare durante i mesi dell’anno è leggermente più uniforme al sud che al nord. Infine, latitudine e territorio diventano alleati nel determinare le ombre che possono limitare l’esposizione all’irraggiamento nelle zone collinari o montane.

Ma la regola della latitudine presenta importanti eccezioni. La presenza nel mondo di grandi aree desertiche all’altezza dei tropici, dove si raggiungono i valori massimi di insolazione, indica che la latitudine non è sufficiente da sola a spiegare la distribuzione dell’energia solare sulla superficie terrestre.

Sul territorio italiano, altre caratteristiche influenzano clima e radiazione solare: l’arco alpino, che protegge parzialmente l’area padana dai rigori continentali ed il mare Mediterraneo, che mitiga notevolmente le differenze termiche tra estate ed inverno riducendo la nuvolosità invernale lungo i litorali e i versanti appenninici. Scendendo lungo lo stivale il mare domina sempre più la meteorologia dei litorali, in modo tale che il clima diviene via via più mediterraneo. Ma le anomalie si riscontrano anche a livello locale: il clima mite delle riviere liguri, specie quelle di ponente, quello delle zone dei
laghi ed in particolare della riviera meridionale del lago di Garda sono due esempi di anomalie territoriali. Queste zone dispongono d’inverno di un soleggiamento simile a quello che si ritrova nel centro-sud della penisola. Al contrario alcune aree risultano sistematicamente sfavorite: l’area appenninica della Garfagnana, ad esempio, è in genere più nuvolosa delle zone circostanti. Come pure alcune aree interne appenniniche del Mezzogiorno (il Potentino o il complesso della Sila) che hanno un profilo climatico e un ambiente naturale più simile a quello alpino che a quello mediterraneo, pur trovandosi a 39° di latitudine. O anche le isole minori dell’Italia centrale che godono di un clima che dipende più dalla presenza del mare che della latitudine geografica.
CAPITOLO 4

Dalla teoria alle statistiche ed alle pdf

4.1 Dai dati climatici ai dati input

4.1.1 Il Database

Il database dato in pasto al simulatore realizzato, e che costituisce l’input da cui ricavare le statistiche, è il National Solar Radiation Database. È realizzato da un ente governativo statunitense, il National Renewable Energy Laboratory (NREL), in collaborazione con diverse agenzie (ad esempio NASA e NCDC) ed università (come New York, Oregon e Wisconsin). In esso sono disponibili dati metereologici per gli anni che vanno dal 1991 al 2010 per tutto il territorio statunitense.

Il motivo per cui si è scelto questo database è la sua granularità: esso fornisce dati su base oraria, perciò per ogni giorno appartenente al suddetto intervallo sono a disposizione 24 entries di una ipotetica tabella che abbraccia una giornata, cioè una entry per ogni ora.

In tabella 6 si riportano i dati forniti dal database.

*Tabella 6 - Database NSRDB*

<table>
<thead>
<tr>
<th>Campo</th>
<th>Elemento</th>
<th>Unità di misura</th>
<th>Risoluzione</th>
<th>Descrizione</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>1</td>
<td>Data</td>
<td>YYYY-MM-DD</td>
<td>--</td>
<td>Date of data record</td>
</tr>
<tr>
<td>2</td>
<td>Ora</td>
<td>HH:MM</td>
<td>--</td>
<td>Time of data record</td>
</tr>
<tr>
<td>3</td>
<td>Angolo di zenith orario medio</td>
<td>Grado decimale</td>
<td>0.1°</td>
<td>Solar zenith angle as the mean of all 1-minute sunup zenith angle values for the 60-minute period ending at the timestamp</td>
</tr>
<tr>
<td>4</td>
<td>Angolo di azimuth orario medio</td>
<td>Grado decimale</td>
<td>0.1°</td>
<td>Solar azimuth angle as the mean of all 1-minute sunup zenith angle values for the 60-minute period ending at the timestamp</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Description</td>
<td>Unit</td>
<td>Value</td>
<td>Description</td>
</tr>
<tr>
<td>---</td>
<td>------------------------------------------------------------------------------</td>
<td>------</td>
<td>-------</td>
<td>------------------------------------------------------------------------------</td>
</tr>
<tr>
<td>5</td>
<td>Radiazione oraria extraterrestre su una superficie orizzontale</td>
<td>Wh/m²</td>
<td>1</td>
<td>Amount of solar radiation received on a horizontal surface at the top of the atmosphere during the 60-minute period ending at the timestamp</td>
</tr>
<tr>
<td>6</td>
<td>Radiazione oraria extraterrestre normale al Sole</td>
<td>Wh/m²</td>
<td>1</td>
<td>Amount of solar radiation received on a surface normal to the sun at the top of the atmosphere during the 60-minute period ending at the timestamp</td>
</tr>
<tr>
<td>7</td>
<td>Radiazione modellata orizzontale globale</td>
<td>Wh/m²</td>
<td>1</td>
<td>Total amount of direct and diffuse solar radiation (modeled) received on a horizontal surface during the 60-minute period ending at the timestamp</td>
</tr>
<tr>
<td>8</td>
<td>Incertezza sul campo 7</td>
<td>±%</td>
<td>1%</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>9</td>
<td>Source flag modellato orizzontale globale</td>
<td>--</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>10</td>
<td>Radiazione diretta normale modellata</td>
<td>Wh/m²</td>
<td>1</td>
<td>Amount of solar radiation (modeled) received in a collimated beam on a surface normal to the sun during the 60-minute period ending at the timestamp</td>
</tr>
<tr>
<td>11</td>
<td>Incertezza sul campo 10</td>
<td>±%</td>
<td>1%</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>12</td>
<td>Source flag modellato normale globale</td>
<td>--</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>13</td>
<td>Radiazione diffusa orizzontale modellata</td>
<td>Wh/m²</td>
<td>1</td>
<td>Amount of solar radiation (modeled) received from the sky (excluding the solar disk) on a horizontal surface during the 60-minute period ending at the timestamp</td>
</tr>
<tr>
<td>14</td>
<td>Incertezza sul campo 13</td>
<td>±%</td>
<td>1%</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>15</td>
<td>Source flag modellato diffuso orizzontale</td>
<td>--</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>16</td>
<td>Radiazione globale orizzontale misurata</td>
<td>Wh/m²</td>
<td>1</td>
<td>Total amount of direct and diffuse solar radiation received on a horizontal surface during the 60-minute period ending at the timestamp</td>
</tr>
<tr>
<td>17</td>
<td>Quality flag sul campo 16</td>
<td>SERI-QC</td>
<td>--</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td>Wh/m²</td>
<td>1 Wh/m²</td>
</tr>
<tr>
<td>---</td>
<td>----------</td>
<td>-------------</td>
<td>-------</td>
<td>---------</td>
</tr>
<tr>
<td>18</td>
<td>Radiazione diretta normale misurata</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>19</td>
<td>Quality flag sul campo 18</td>
<td>SERI-QC</td>
<td>--</td>
<td>--</td>
</tr>
<tr>
<td>20</td>
<td>Radiazione diffusa orizzontale misurata</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>21</td>
<td>Quality flag sul campo 20</td>
<td>SERI-QC</td>
<td>--</td>
<td>--</td>
</tr>
<tr>
<td>22</td>
<td>Total sky cover</td>
<td>Tenth of sky</td>
<td></td>
<td>1 tenth</td>
</tr>
<tr>
<td>23</td>
<td>Flag sul campo 22</td>
<td></td>
<td>--</td>
<td>--</td>
</tr>
<tr>
<td>24</td>
<td>Opaque sky cover</td>
<td>Tenth of sky</td>
<td></td>
<td>1 tenth</td>
</tr>
<tr>
<td>25</td>
<td>Flag sul campo 24</td>
<td></td>
<td>--</td>
<td>--</td>
</tr>
<tr>
<td>26</td>
<td>Temperatura di Dry-bulb</td>
<td>Degree C</td>
<td>0.1°</td>
<td>--</td>
</tr>
<tr>
<td>27</td>
<td>Flag sul campo 26</td>
<td></td>
<td>--</td>
<td>--</td>
</tr>
<tr>
<td>28</td>
<td>Temperatura di dew-point</td>
<td>Degree C</td>
<td>0.1°</td>
<td>--</td>
</tr>
<tr>
<td>29</td>
<td>Flag sul campo 28</td>
<td></td>
<td>--</td>
<td>--</td>
</tr>
<tr>
<td>30</td>
<td>Umidità relativa</td>
<td>Percent</td>
<td>1%</td>
<td>--</td>
</tr>
<tr>
<td>31</td>
<td>Flag sul campo 30</td>
<td></td>
<td>--</td>
<td>--</td>
</tr>
<tr>
<td>32</td>
<td>Pressione</td>
<td>Millibar</td>
<td>1 mbar</td>
<td>--</td>
</tr>
<tr>
<td>33</td>
<td>Flag sul campo 22</td>
<td></td>
<td>--</td>
<td>--</td>
</tr>
<tr>
<td>34</td>
<td>Velocità del vento</td>
<td>m/s</td>
<td>0.1 m/s</td>
<td>--</td>
</tr>
<tr>
<td>35</td>
<td>Flag sul campo 34</td>
<td></td>
<td>--</td>
<td>--</td>
</tr>
<tr>
<td>36</td>
<td>Direzione del vento</td>
<td>Grado da nord</td>
<td>10°</td>
<td>--</td>
</tr>
<tr>
<td>37</td>
<td>Flag sul campo 36</td>
<td></td>
<td>--</td>
<td>--</td>
</tr>
<tr>
<td>38</td>
<td>Visibilità orizzontale</td>
<td>Metro</td>
<td>1 m</td>
<td>--</td>
</tr>
<tr>
<td>Flag sul campo 38</td>
<td>--</td>
<td>indicated</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>------------------</td>
<td>-----</td>
<td>-----------</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Altezza ceiling</td>
<td>Metro</td>
<td>1 m</td>
<td>Height of the cloud base above local terrain</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Flag sul campo 40</td>
<td>--</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Precipitazioni</td>
<td>Millimetro</td>
<td>1 mm</td>
<td>The amount of liquid precipitation observed at the indicated time for the period indicated in the liquid precipitation quantity field</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Flag sul campo 42</td>
<td>--</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Quantità precipitazioni</td>
<td>Ora</td>
<td>1 hr</td>
<td>The period of accumulation for the liquid precipitation depth field</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Flag sul campo 45</td>
<td>--</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Acqua precipitata</td>
<td>Centimetro</td>
<td>0.1 cm</td>
<td>The total precipitable water contained in a column of unit cross section extending all of the way from the earth’s surface to the “top” of the atmosphere</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Flag sul campo 46</td>
<td>--</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Aerosol optical depth, broadband</td>
<td>[Adimensionale]</td>
<td>0.001</td>
<td>The broadband optical depth per unit of airmass due to extinction by the aerosol component of the atmosphere</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Flag sul campo 48</td>
<td>--</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</tbody>
</table>

In realtà si useranno solo tra tipi di dati (in quanto il modello è reso quanto più semplice possibile): la radiazione orizzontale globale modellizzata, il punto di rugiada e l’umidità relativa. Sarà la radiazione globale orizzontale il punto di partenza per il calcolo dell’effettiva radiazione captata da un modulo posizionato in un sito generico ed inclinato in modo stabilito; a tale scopo si implementeranno le considerazioni esposte nel capitolo 3.

I dati di umidità percentuale e punto di rugiada sono impiegati per il calcolo della temperatura ambientale secondo la formula\textsuperscript{12}

\textsuperscript{12} Bibliografia - 13
Dove:

- \( T_d \) è il punto di rugiada;
- \( T \) è la temperatura ambientale;
- \( H \) è la percentuale di umidità relativa.

Manipolando la formula si ottiene la temperatura ambientale in funzione delle due grandezze presenti nel database:

\[
T = \frac{10^7 T_d + 1120 - \frac{1120H^{1/8}}{100^{1/8}}}{1 + \frac{0H^{1/8}}{100^{1/8}}} \tag{4.2}
\]

Alla luce di queste considerazioni il generico anno sarà rappresentato come una matrice chiamata \( \text{Rad}_{xx} \) (dove \( xx \) è l’anno) con all’interno queste tre grandezze per ogni ora di ogni giorno dell’anno. Un fatto importante da notare è che ai nostri scopi è insufficiente la “granularità oraria”, perciò tra due dati registrati si sono annessi 4 ulteriori elementi ottenuti dai due estremi (il primo ed il sesto) tramite interpolazione lineare.

Alla fine la variabile \( \text{Rad} \) conterrà i venti \( \text{Rad}_{xx} \) in modo da avere per dimensioni 20 (il numero degli anni) x 3 (le variabili di interesse) x 8760 (il numero di ore in un anno da 365 giorni).

È la variabile \( \text{Rad} \) a costituire l’input del simulatore.

### 4.2 Dati geografici e scelta delle caratteristiche elettriche del sistema

#### 4.2.1 Dati geografici e meccanici

Il simulatore costruito necessita in ingresso di una serie di dati: come abbiamo visto nei capitoli precedenti, il comportamento della radiazione solare varia in base alla posizione geografica del sistema (assumono una notevole importanza la longitudine e la latitudine
del sito scelto). Nel seguito si esporranno una serie di grafici, relativi alle statistiche ottenute, in cui il sito “campione” scelto è Los Angeles (33.56°; -118.24°).

Anche la posizione del pannello nel sito è importante: gli angoli di inclinazione del modulo (beta) e l’angolo azimutale (alpha) incidono notevolmente sulla porzione di radiazione captata dal sistema.

4.2.2 Il pannello

Il simulatore offre la possibilità di scegliere tra due pannelli commerciali: un vero e proprio modulo ed un minipannello adatto a WSN (Wireless Sensor Network).

Il primo modulo solare è il Panasonic N235B: è un modulo con rendimento del 18.6% (e con resa di conversione della cella del 21.1%). Il vetro antiriflesso aiuta ad aumentare l’assorbimento dell’energia. La tecnologia usata per la costruzione delle celle è la HIT (figura 4.2.1) in grado di mantenere un’efficienza più elevata delle celle solari convenzionali al silicio cristallino. Lo sfondo nero, infine, favorisce l’assorbimento del calore e garantisce un alto livello di prestazioni di temperatura.

![HIT® solar cell structure](image)

![Changes in generated power daytime](image)

*Figura 4.2.1 - Struttura cella costituente il modulo*
Dopo i calcoli di tipo geometrico riguaranti il pannello e basati sulle sue caratteristiche fisiche, l’attenzione cade sui dati di tipo elettrico che influenzano al quantità di radiazione captata dall’intero modulo; le più degne di nota sono:

- NOCT: la temperatura nominale operativa del modulo;
- \( V_{OC} \): la tensione di circuito aperto;
- \( I_{SC} \): la corrente di corto circuito.

La tensione di circuito aperto, \( V_{OC} \), è la massima tensione disponibile dalla cella solare e ottenibile a corrente nulla.

Un’equazione per \( V_{OC} \) è trovata settando la corrente netta uguale a 0 nell’equazione della cella solare:

\[
V_{OC} = \frac{n k T}{q} \ln \left( \frac{I_L}{I_0} + 1 \right)
\]  

Dove:

- \( I_0 \) è la corrente di dark saturation;
- \( I_L \) è la corrente generata dalla luce
- \( N \) è il fattore di idealità;
- \( T \) è la temperatura in gradi Kelvin;
- \( V_{OC} \) è la tensione di circuito aperto.

La corrente di dark saturation può a sua volta essere ricavata tramite la formula che la lega con la temperatura di riferimento in gradi Kelvin (\( T_{ref} \)), con la tensione di circuito aperto di riferimento del pannello (\( V_{OC,ref} \)) e con la corrente di corto circuito di riferimento del pannello (\( I_{sc,ref} \)):

\[
I_0 = \frac{I_{sc,ref}}{q V_{OC,ref}} e^{\frac{n k T}{q} \left( \frac{V_{OC,ref}}{T_{ref}} - 1 \right)}
\]  

La dipendenza del modulo Panasonic N235B dall’irradiazione è riportato in figura 4.2.2.

Il secondo pannello è SCC-3733 Solar Cell della Solarbotics ed è un modulo di dimensioni più ridotte (la singola cella misura (16x4.8) mm) e avente 12 celle in serie.
4.2.3 Componenti a valle del modulo solare

**4.2.3.1 Diodo Schottky**
Dopo il modulo fotovoltaico è presente un diodo Schottky che attua una forma di protezione per la componentistica a valle. Grazie alla bassa tensione di soglia del diodo Schottky viene persa una minore quantità di energia in calore rendendolo la scelta più efficiente per le applicazioni a bassi consumi. Nei sistemi fotovoltaici stand-alone proteggono le batterie dalle scariche lungo i pannelli solari durante la notte e in un sistema connesso alla rete elettrica, che ha varie stringhe connesse in parallelo, funzionano in maniera da evitare che le correnti inverse possano scorrere dalle stringhe adiacenti verso quelle non correttamente illuminate in caso di rottura dei diodi di bypass.

**4.2.3.2 Regolatore di carica**
Come regolatore di tensione si è scelto il prodotto della Beijing Epsolar Technology Co., il Tracer-1210RN raffigurato in figura 4.2.3. La corrente consumata per il suo funzionamento è pari a 10 mA, la sua tensione di soglia è 24 V mentre la sua efficienza di conversione DC/DC è del 90%.
4.3 La simulazione

A partire dal dato di radiazione preso in input, applicando le formule riportate nel capitolo 3, si calcolano la declinazione, l’angolo di incidenza dei raggi solari sul modulo (tenendo in conto l’inclinazione del pannello e tutti i vari parametri geografici) ed infine la radiazione incidente sul modulo tramite la formula 3.8.

Successivamente si utilizza il dato appena ricavato per passare da una grandezza di tipo radiazione solare, espressa in sun (dove 1 sun = 1000 W/m$^2$), ad una di tipo elettrico (corrente, tensione o potenza).

Tramite le formule espresse nel paragrafo precedente, si riesce a cogliere come effettivamente la dinamica elettrica del pannello incida sul comportamento del sistema. La tensione di circuito aperto e la corrente di corto circuito pilotano il comportamento della struttura fotovoltaica e portano il simulatore ad ottenere una matrice contenente per ogni dato orario di radiazione, stante le considerazioni geografiche e meccaniche chiare in precedenza, la corrispondente corrente, tensione e potenza in uscita dal modulo e disponibile a valle di esso.

Il diodo a valle del modulo fotovoltaico, in termini simulativi, si traduce in una mera caduta di tensione di 0.45 V, mentre il regolatore Epsolar dapprima “livella” la corrente, dato che la sua efficienza è comunque inferiore al 100% e si attesta tipicamente intorno al 90%, e successivamente consuma una parte della stessa corrente per il suo
funzionamento. Solitamente questo valore di corrente dovuto all’autoconsumo è ridotto ed è nell’ordine del milliampero. Perciò:

\[
I_{dopo\ power\ processor} = P_{after\ diode} \cdot \frac{\text{efficienza\ di\ conversione}}{\text{threshold\ regolatore}} - \text{autoconsumo} \quad [4.5]
\]

Ottenute le tre grandezze elettriche (tensione, corrente e potenza) a valle del regolatore, il dataset da indagare statisticamente è pronto. Questo alla fine sarà costituito da 52560x5x20 elementi. I 52560 elementi sono equivalenti a 6 dati all’ora per ogni giorno dell’anno. I 5 elementi della seconda dimensione sono le grandezze utili per ottenere le statistiche finali: la potenza, la corrente, il giorno (numerato da 1 a 365), il numero di campioni in un giorno (numerati da 1 a 144 avendo preso 6 campioni per ora e ricordando che solo il primo e l’ultimo sono autentici ed i 4 interni sono ottenuti per interpolazione lineare) e la tensione per ogni campione temporale. Questo ultimo valore rispecchia il comportamento del regolatore di carica che aggancia la tensione soglia se il modulo è in funzione e da un’uscita nulla nel caso il sistema sia in una condizione di spegnimento o di buio.

Un esempio di distribuzione di corrente a valle del regolatore di carica è mostrato in figura 4.3.1.

![Distribuzione giornaliera della corrente](image)

*Figura 4.3.1 - Distribuzione giornaliera della corrente (il giorno campione è il 22 Gennaio 1991 a Los Angeles)*
In tabella A1 (presente in Appendice 1) si riporta invece ciò che il dataset fornisce al fine di originare le pdf.

**4.4 Calcolo delle pdf**

Il calcolo delle pdf è stato eseguito su base mensile: i 52560 dati sono divisi in 12 gruppi (tanti quanti i mesi dell’anno) e usati per calcolare la probability density function (pdf) tramite il metodo kernel-smoothing per la stima della densità ed empiricamente, cioè ripercorrendo la via che dall’istogramma porta alla pdf definitiva tramite gaussiane multiple.

**4.4.1 Clustering dei dati**

Avendo a disposizione su base mensile, al fine di ottenere le statistiche relative a giorno e notte (separatamente), i dati devono essere clusterizzati\(^\text{13}\) in due gruppi.

![Figura 4.4.1 - Clustering relativo al mese di maggio da 1991 al 2010](image_url)

\(^{13}\) Bibliografia - 8
La soluzione più semplice per effettuare questa operazione consiste in una sogliatura: il dato di corrente viene confrontato con un dato valore di soglia e se questo risulta superiore significherà che si è in una situazione di giorno, altrimenti si è in situazione notturna.

La soglia è stata fissata 10 mA ed il risultato che si ottiene è mostrato in figura 4.4.1.

4.4.2 Calcolo delle pdf

4.4.2.1 Metodo Kernel smoothing per la stima di densità

Il Kernel smoothing14 è un metodo non parametrico che permette di stimare una funzione densità di probabilità (pdf) di una variabile aleatoria. In questo metodo occorre fare ipotesi sui dati; queste sono fatte sulla base di un numero finito di dati scelti come campioni.

Siano \((x_1, x_2, \ldots, x_n)\) un campione indipendente identicamente distribuito preso da una generica distribuzione con una densità sconosciuta \(f\). Il metodo si prefigge di stimare la forma di questa funzione \(f\). Il suo stimatore di densità kernel è:

\[
\hat{f}_h(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} K_h(x - x_i) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^{n} K \left( \frac{x-x_i}{h} \right)
\]

Dove

- \(K(\cdot)\) è il kernel, una funzione simmetrica ma non necessariamente positiva che integra a 1;
- \(h > 0\) è il parametro smoothing chiamato larghezza di banda.

Un kernel con un parametro \(h\) è chiamato kernel scalato e si può definire come

\[
K_h(x) = \frac{1}{h} K \left( \frac{x}{h} \right)
\]

Intuitivamente si vuole scegliere il parametro \(h\) quanto più piccolo possibile anche se ciò dipende dai dati; perciò c’è sempre un trade-off tra il bias dello stimatore e la sua varianza.

14 Bibliografia - 7
Le funzioni kernel più comunemente usate sono: uniforme, triangolare, bipesata, tripesata, Epanechnikov e normale. Il kernel Epanechnikov è ottimale nel senso della minima varianza mentre, date le sue proprietà matematiche, il kernel normale è quello più spesso usato

\[ K(x) = \phi(x) \]  

[4.8]
Dove \( \phi \) è la funzione densità della distribuzione normale.

Le stime di densità Kernel\(^{15}\) sono strettamente collegate agli istogrammi, ma può essere dotato di proprietà come scorrevolezza (smoothness) o continuità usando un kernel adatto. Si parte con la costruzione dell’istogramma: si suddivide l’asse orizzontale in sub-intervalli che verranno coperti se un dato cade nell’intervallo. Il kernel smoothing costruirà tante pdf normali, opportunamente pesate, quanti sono gli intervalli in cui si è suddiviso l’asse.

In figura 4.4.3 è riportato un esempio di impiego. È importante notare i sei kernel individuali tratteggiati in rosso, mentre in blu è visibile lo stimatore kernel complessivo.

\(^{15}\) Bibliografia - 11
La larghezza di banda è un parametro libero che influenza molto la risultante stima.

Per mostrare il suo effetto, si prende un campione random simulato da una distribuzione normale (in figura 4.4.4 sono disegnati in blu sull’asse orizzontale). La curva grigia è la vera densità (una distribuzione normale con media 0 e varianza 1). La curva rossa è sottostimata e contiene molti dati spuri artificiali introdotti da una larghezza di banda $h = 0.05$ che è troppo piccola. La curva verde è sovrastimata dato che la larghezza di banda è $h = 2$ ed oscura molti dei dati originali. La curva nera con una larghezza di banda di $h = 0.337$ è considerata ottimamente smoothed dato che la stima di densità che porge è vicina alla vera densità.

![Figura 4.4.4 - Stimatore KD con differenti larghezze di banda di un campione random di 100 punti presi da una distribuzione standard. Grigio: vera densità. Rosso: KDE con $h=0.05$. Verde: KDE con $h=2$. Nero: KDE con $h=0.0337$](image)
Il criterio ottimo per selezionare la larghezza di banda è controllare l’aspettazione della funzione di rischio $L_2$:

$$MISE(h) = E \left\{ \left( \int \hat{f}_h(x) - f(x) \right)^2 \right\} dx$$  \[4.9\]

Si può scrivere anche $MISE(h) = AMISE(h) + o\left(\frac{1}{nh} + h^4\right)$. AMISE è il MISE asintotico che consiste di due termini come da formula

$$AMISE(h) = \frac{R(K)}{nh} + \frac{1}{4} m_2(K)^2 h^4 R(f''')$$ \[4.10\]

Dove

$$R(g) = \int g(x)^2 dx$$ \[4.11\]

$$m_2(K) = \int x^2 K(x) dx$$ \[4.12\]

Il minimo di AMISE è la soluzione di questa equazione differenziale

$$\frac{\partial}{\partial h} AMISE(h) = -\frac{R(K)}{nh^2} + m_2(K)^2 h^2 R(f''') = 0$$ \[4.13\]

Oppure

$$h_{AMISE} = \frac{R(K)^{1/5}}{m_2(K)^{2/5} R(f''')^{1/5} n^{1/5}}$$ \[4.14\]

Né la formula del AMISE né quella di $h_{AMISE}$ possono essere usate direttamente in quanto coinvolgono la densità sconosciuta o la sua derivata seconda, perciò una serie di metodi automatici basati sui dati sono stati sviluppati per selezionare la larghezza di banda.

Se le funzioni base gaussiane sono usate per approssimare dati nonvariati, e essendo la densità sottoposta a indagine stimata come gaussiana, possiamo vedere che la scelta ottima per $h$ è

$$h = \left(\frac{4\hat{\sigma}^5}{3n}\right)^{1/5} \approx 1.06\hat{\sigma} n^{-1/5}$$ \[4.15\]

dove $\hat{\sigma}$ è la deviazione standard dei campioni.
4.4.2.2 Pdf di giorno e notte

Una volta clusterizzati i dati nei due macrogruppi riconducibili al giorno ed alla notte, si impiega la funzione ksdensity.m che implementa uno stimatore KSE e che necessita dei seguenti dati per dare risultati soddisfacenti:

- dataset;
- un supporto che va dal minimo del dataset al massimo dello stesso allargato di una quantità pari a $2\delta$ (dove $\delta = (\text{max}_{\text{dataset}} - \text{min}_{\text{dataset}})/10$);
- il tipo di densità che si vuole ottenere: pdf, cdf, ecc.;
- la larghezza di banda (per la simulazione si è scelto $h = 0.2$).

Per ottenere le due pdf è sufficiente variare il dataset in ingresso alla funzione (di conseguenza varierà anche il $\delta$) e, per l’esempio di simulazione, si otterranno i risultati riprodotti in figura 4.4.5 per la distribuzione di corrente diurna ed in figura 4.4.6 per la distribuzione di corrente durante la notte.

![Figura 4.4.5 - Pdf della corrente durante il giorno nel mese di Maggio. La linea continua è la pdf ottenuta tramite il KDE. La linea tratteggiata è quella ottenuta invece tramite l'istogramma](image-url)
4.4.2.3 Pdf di durata per giorno e notte

Questo calcolo comporta solo il cambio di dataset rispetto a quanto visto nel precedente sottoparagrafo. In questo caso a seguito della clusterizzazione si effettua la conta delle occorrenze di ore diurne e notturne durante la singola giornata. Perciò alla fine i due dataset da dare in pasto alla funzione ksdensity.m sarà formato da un elemento per ciascun giorno esaminato.

![Figura 4.4.6 - Pdf della corrente durante la notte nel mese di Maggio. La linea continua è la pdf ottenuta tramite il KDE. La linea tratteggiata è quella ottenuta invece tramite l'istogramma](image)

Di seguito si riporta due risultati, il primo (figura 4.4.7) riguarda il calcolo della pdf della durata del giorno ed il secondo (figura 4.4.8) l’analogo per la notte.

Salta subito all’occhio come le probability density function ottenute tramite l’algoritmo kernel smoothing copino quasi perfettamente quelle veritierie ed ottenute empiricamente tramite gli istogrammi.

Come spiegato nel sottoparagrafo 4.4.2.1 la capacità di riottenere con ksdensity.m una pdf che sia quanto più simile possibile a quella empirica risiede nella scelta dei
parametri in ingresso alla funzione: la larghezza di banda svolge un ruolo determinante per ricavare risultati soddisfacenti.

Figura 4.4.7 - Pdf della durata del giorno nel mese di Maggio. La linea continua è la pdf ottenuta tramite il KDE. La linea tratteggiata è quella ottenuta invece tramite l'istogramma.

Figura 4.4.8 - Pdf della durata della notte nel mese di Maggio. La linea continua è la pdf ottenuta tramite il KDE. La linea tratteggiata è quella ottenuta invece tramite l'istogramma.
4.4.3 Calcolo delle cdf

Avendo a disposizione le probability density function relative al giorno ed alla notte nonché quelle riguardanti le rispettive durate, risulta semplice ricavare le cumulative density function.

Per una variabile aleatoria continua una caratterizzazione probabilistica rispetto alla cdf è quella in termini di funzione densità di probabilità: precisamente la pdf $f_X(\cdot)$ di una variabile aleatoria continua è la derivata della cdf\(^{16}\), cioè si ha:

$$f_X: x \in \mathbb{R} \rightarrow f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx}$$ \[4.16\]

Conseguentemente la cdf è la primitiva della pdf e precisamente quella che vale 0 in $-\infty$; in altri termini risulta:

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(\varepsilon) \, d\varepsilon$$ \[4.17\]

Se ad esempio consideriamo una variabile aleatoria di tipo Rayleigh; derivando la cdf si ha:

$$F(x) = \left[1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}\right] u(x) \frac{dF_X(x)}{dx} = f_X(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} u(x)$$ \[4.18\]

Nella simulazione, avendo a disposizione le pdf, si procederà ad una integrazione in modo da avere anche le cdf.

Nelle figure successive (dalla figura 4.4.9 alla figura 4.4.11) sono visibili le quattro cumulative density function, nell’ordine le due cdf relative alla corrente diurna e notturna e successivamente la cdf della durata diurna.

---

\(^{16}\) In realtà si è implicitamente assunto che la cdf sia derivabile quasi ovunque e che essa sia l’integrale della propria derivata (v.a. assolutamente continue).
Figura 4.4.9 - Cdf della corrente durante il giorno nel mese di Maggio. La linea continua rappresenta la cdf ottenuta da una pdf risultante dal KDE; la linea tratteggiata è la cdf empirica ottenuta a partire dall'istogramma del dataset.

Figura 4.4.10 - Cdf della corrente durante la notte nel mese di Maggio. La linea continua rappresenta la cdf ottenuta da una pdf risultante dal KDE; la linea tratteggiata è la cdf empirica ottenuta a partire dall'istogramma del dataset.
Figura 4.4.11 - Cdf della durata del giorno nel mese di Maggio. La linea continua rappresenta la cdf ottenuta da una pdf risultante dal KDE; la linea trattegiata è la cdf empirica ottenuta a partire dall’istogramma del dataset

4.4.4 Kolmogorov Smirnov Test

A valle del calcolo di pdf e cdf, si impiega il test di Kolmogorov-Smirnov\(^\text{17}\) per controllare il grado di attendibilità della cdf ottenuta tramite il metodo Kernel smoothing con quella empirica e derivata direttamente dai dati presi in esame.

4.4.4.1 Il metodo

È un metodo di analisi statistica che permette di confrontare tra loro un campione di dati ed una distribuzione teorica (oppure due campioni di dati) allo scopo di verificare l’ipotesi statistica che la popolazione da cui i dati provengono sia quella in esame (oppure l’ipotesi che entrambi i campioni provengono dalla stessa popolazione).

\(^{17}\) Bibliografia - 12
Una caratteristica interessante di questo metodo è che esso non richiede la preventiva, e più o meno arbitraria, suddivisione dei dati in classi di frequenza; definendo queste ultime in modo diverso si ottengono ovviamente, dal metodo del $\chi^2$, differenti risultati per gli stessi campioni.

Il test di Kolmogorov e Smirnov si basa infatti sulla frequenza cumulativa relativa dei dati, sull’analogo concetto di funzione di distribuzione di una variabile continua. Per la compatibilità tra un campione ed una ipotetica legge che si ritiene possa descriverne la popolazione di provenienza, e collegata ad una funzione di distribuzione $\phi(x)$, bisogna confrontare la frequenza cumulativa relativa $F(x)$ del campione con $\phi(x)$ per ricavare il valore assoluto del massimo scarto tra esse,

$$\delta = \max\{|F(x) - \Phi(x)|\}$$  \[4.19\]

Si può dimostrare che, se l’ipotesi da verificare fosse vera, la probabilità di ottenere casualmente un valore di $\delta$ non inferiore ad una prefissata quantità (positiva) $\delta_0$ sarebbe data da

$$Pr(\delta \geq \delta_0) = F_{KS}(\delta_0')$$  \[4.20\]

Dove $F_{KS}$ è la serie

$$F_{KS}(x) = 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1}e^{-2k^2x^2}$$  \[4.21\]

E $\delta_0'$ vale

$$\delta_0' = \left(\sqrt{N} + 0.12 + \frac{0.11}{\sqrt{N}}\right) \delta_0.$$  \[4.22\]

La legge ora enunciata è approssimata, ma il test di Kolmogorov e Smirnov può essere usato già per dimensioni del campione $N$ uguali a 5. Attenzione però che, se qualche parametro da cui la distribuzione teorica dipende è stato stimato sulla base dei dati, l’integrale della densità di probabilità per la variabile $\delta$ di Kolmogorov e Smirnov non segue più la legge [4.21]: non solo, ma non è più possibile ricavare teoricamente una funzione che ne descriva il comportamento in generale (in questi casi, nella pratica, la distribuzione di $\delta$ viene studiata usando i metodi di Montecarlo).
Se si vogliono invece confrontare tra loro due campioni indipendenti per verificare la compatibilità, bisogna ricavare dai dati il massimo scarto (in valore assoluto), $\delta$, tra le due frequenze cumulative relative; e ricavare ancora dalla [4.21] la probabilità che questo possa essere avvenuto (ammessa vera l’ipotesi) per motivi puramente casuali. L’unica differenza è che la funzione [4.21] va calcolata in un’ascissa $\delta_0$ data dalla [4.22], nella quale $N$ vale

$$N = \frac{1}{\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}} = \frac{N_1N_2}{N_1+N_2}$$  \[4.23\]

Dove $N_1$ ed $N_2$ sono le dimensioni dei due campioni.

Oltre al già citato vantaggio di non richiedere la creazione di più o meno arbitrarie classi di frequenza per raggrupparvi i dati, un’altra caratteristica utile del test di Kolmogorov e Smirnov è quella di essere, entro certi limiti, indipendentemente dalla variabile usata nella misura: se al posto di $x$ si usasse, per caratterizzare il campione, $\ln(x)$ o $\sqrt{x}$, il massimo scarto fra frequenza cumulativa e funzione di distribuzione rimarrebbe invariato.

Un altrettanto ovvio svantaggio è collegato al fatto che per valori molto piccoli (o molto grandi) della variabile casuale usata, qualsiasi essa sia, tutte le funzioni di distribuzione e tutte le frequenze cumulative hanno lo stesso valore (0, o 1 rispettivamente). Per questo motivo il test di Kolmogorov e Smirnov è assai sensibile a differenze nella zona centrale dei dati (attorno al valore medio), mentre non è affatto efficace per discriminare tra due distribuzioni che differiscano significativamente tra loro solo nelle code; ad esempio che abbiano lo stesso valore medio e differente ampiezza.
Conclusioni

Le probability density function riguardanti la distribuzione della corrente notturna e diurna che sono state ottenute attraverso l’applicazione di diversi metodi (Kernel smoothing ed istogramma) sono intuitivamente quello che ci si aspettava: durante la notte è ovvio che il modulo fotovoltaico non raccolga alcuna radiazione in quanto è la radiazione stessa ad essere assente; per quanto concerne la fase diurna, la presenza di due picchi prominenti nell’andamento della pdf (intorno a 0.02 A e 0.175 A) rispecchiano l’andamento “a campana” della corrente nel corso delle 24 ore giornaliere.

Guardando la distribuzione della corrente in una generica giornata (figura 4.3.1) è possibile fare delle considerazioni qualitative che motivano la forma della pdf diurna: una volta epurato il grafico dalle ore ad apporto di corrente nullo (cioè prima delle 6 e dopo le 20) è possibile osservare due zone più dense di punti: una intorno allo 0.02 A (fascia 6 - 9) ed una intorno a 0.3 A (fascia 11 - 14).

Consultando i dati clusterizzati si può facilmente vedere questi aderiscono perfettamente alle pdf di durata, sia diurna che notturna, ottenute sia empiricamente che tramite il Kernel smoothing.

Effettivamente è plausibile ed assolutamente accettabile che le pdf di durata, plottate in figura 4.4.7 (diurna) ed in figura 4.4.8 (notturna), abbiano come range 8-10 ore (il giorno) e 14-16 ore (la notte).

Le considerazioni fatte per le probability density function possono essere fatte alla stessa maniera per le cumulative density function in quanto collegate da un’operazione di integrazione.
Lavori futuri

Le statistiche ricavate con questo lavoro di tesi possono essere viste come il punto di partenza per elaborare altre statistiche ed altre grandezze utili per poter implementare un ottimizzatore che migliori l’uso del carico o che studi l’evoluzione dell’apparato accumulatore.

Ad esempio, lavorando su base mensile, è possibile ricavare l’inviluppo del massimo giornaliero della corrente in modo da ottenere la quantità di carica massima giornaliera ($q_{max}$). A questo punto si potrebbe pensare ad una clusterizzazione, alternativa ad una threshold su un valore assoluto di corrente, che lavori sulla grandezza quantità di carica giornaliera: la soglia per la divisione in due potrebbe essere ad esempio il valore medio tra $q_{max_{max}}$ e $q_{max_{min}}$. Percorrendo questa strada si avrebbe una divisione in giorni “buoni” e “cattivi” ed i relativi due gruppi a cui poter applicare tutto il procedimento per il calcolo delle pdf e cfd.

Inoltre, un ulteriore passo consisterebbe nel calcolo delle probabilità di transizione in un’ipotetica catena di Markov a quattro stati:

1. Notte buona (stato 1/G)
2. Giorno buono (stato 0/G)
3. Notte cattiva (stato 1/B)
4. Giorno cattivo (stato 0/B).

Esempio di catena di Markov associata al sistema in esame
Appendice 1

Di seguito si riporta ciò che il dataset fornisce al simulatore per il calcolo delle probability density function.

*Tabella A1 - Dataset relativo al 22/01/1991*

<table>
<thead>
<tr>
<th>Potenza in [W]</th>
<th>Corrente in [A]</th>
<th>Giorno dell’anno</th>
<th>Numero campione giornaliero</th>
<th>Tensione in [V]</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>1</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>2</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>3</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>4</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>5</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>6</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>7</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>8</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>9</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>10</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>11</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>12</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>13</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>14</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>15</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>16</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>17</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>18</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>19</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>20</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>21</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>22</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>23</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>24</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>25</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>----</td>
<td>----</td>
<td>----</td>
<td>----</td>
<td>----------</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>26</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>27</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>28</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>29</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>30</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>31</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>32</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>33</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>34</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>35</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>36</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>37</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>38</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>39</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>40</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>41</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>42</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>43</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0,000336874691055102</td>
<td>1,22915636850338e-05</td>
<td>22</td>
<td>44</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,000899855372032082</td>
<td>0,000199951790677361</td>
<td>22</td>
<td>45</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,00173668553003936</td>
<td>0,000478895110013119</td>
<td>22</td>
<td>46</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,00284989720626024</td>
<td>0,000849965735420079</td>
<td>22</td>
<td>47</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,00423997085654547</td>
<td>0,00131332361884849</td>
<td>22</td>
<td>48</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,00799517210989063</td>
<td>0,00256505736996354</td>
<td>22</td>
<td>49</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,0127259444023634</td>
<td>0,00414198146745447</td>
<td>22</td>
<td>50</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,0184309647004484</td>
<td>0,00604365490014948</td>
<td>22</td>
<td>51</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,0251057190700927</td>
<td>0,00826857302336423</td>
<td>22</td>
<td>52</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,0327423085908453</td>
<td>0,0108141028636151</td>
<td>22</td>
<td>53</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,0413294455683245</td>
<td>0,0136764818561082</td>
<td>22</td>
<td>54</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,0519049653279724</td>
<td>0,0172016551093241</td>
<td>22</td>
<td>55</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,0635711979728966</td>
<td>0,0210903993242989</td>
<td>22</td>
<td>56</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,0763061247650090</td>
<td>0,0253353749216697</td>
<td>22</td>
<td>57</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,0900845961758473</td>
<td>0,0299281987252824</td>
<td>22</td>
<td>58</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,104878457328462</td>
<td>0,0348594857761539</td>
<td>22</td>
<td>59</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,120656737691543</td>
<td>0,0401189125638478</td>
<td>22</td>
<td>60</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>Value 1</td>
<td>Value 2</td>
<td>Value 3</td>
<td>Value 4</td>
<td>Value 5</td>
</tr>
<tr>
<td>---------</td>
<td>---------</td>
<td>---------</td>
<td>---------</td>
<td>---------</td>
</tr>
<tr>
<td>0.135107954002990</td>
<td>0.0449359846676632</td>
<td>22</td>
<td>61</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.150221214599731</td>
<td>0.0499737381999104</td>
<td>22</td>
<td>62</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.165969848449849</td>
<td>0.0552232828166162</td>
<td>22</td>
<td>63</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.182331283645632</td>
<td>0.0606770945485440</td>
<td>22</td>
<td>64</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.199290277679431</td>
<td>0.0663300925598103</td>
<td>22</td>
<td>65</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.216844145224006</td>
<td>0.0721813817413352</td>
<td>22</td>
<td>66</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.229374406169011</td>
<td>0.0763581353896704</td>
<td>22</td>
<td>67</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.241863770187518</td>
<td>0.0805212567291727</td>
<td>22</td>
<td>68</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.254265367534230</td>
<td>0.0846551225114100</td>
<td>22</td>
<td>69</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.266531276270442</td>
<td>0.0887437587568140</td>
<td>22</td>
<td>70</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.278612680591915</td>
<td>0.0922708935306384</td>
<td>22</td>
<td>71</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.290460040929505</td>
<td>0.0967200136431684</td>
<td>22</td>
<td>72</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.295202724544959</td>
<td>0.0983009081816531</td>
<td>22</td>
<td>73</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.299410891711569</td>
<td>0.099706305705231</td>
<td>22</td>
<td>74</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.303070907368217</td>
<td>0.100923635789406</td>
<td>22</td>
<td>75</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.306170427906588</td>
<td>0.101956809302196</td>
<td>22</td>
<td>76</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.308698450850907</td>
<td>0.102799483619696</td>
<td>22</td>
<td>77</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.310645360312685</td>
<td>0.103448453437562</td>
<td>22</td>
<td>78</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.304749497487442</td>
<td>0.101481659829147</td>
<td>22</td>
<td>79</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.298286116465068</td>
<td>0.0993287054883559</td>
<td>22</td>
<td>80</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.291304567661935</td>
<td>0.0970015225539784</td>
<td>22</td>
<td>81</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.283837329156289</td>
<td>0.0945124430520964</td>
<td>22</td>
<td>82</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.275922396024917</td>
<td>0.0918741320083056</td>
<td>22</td>
<td>83</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.267598566866516</td>
<td>0.089099522888385</td>
<td>22</td>
<td>84</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.253182681807045</td>
<td>0.0842942272690150</td>
<td>22</td>
<td>85</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.238628111937615</td>
<td>0.0794427039792051</td>
<td>22</td>
<td>86</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.224003152525388</td>
<td>0.0745677175084627</td>
<td>22</td>
<td>87</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.209374922261679</td>
<td>0.0696916407538928</td>
<td>22</td>
<td>88</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.194809083124039</td>
<td>0.0648363610413464</td>
<td>22</td>
<td>89</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.180369590384382</td>
<td>0.0600231967947940</td>
<td>22</td>
<td>90</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.162474809821989</td>
<td>0.0540582699406631</td>
<td>22</td>
<td>91</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.145253032480482</td>
<td>0.0483176774934940</td>
<td>22</td>
<td>92</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.128691271612788</td>
<td>0.042790705375961</td>
<td>22</td>
<td>93</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.112801127989660</td>
<td>0.037500375965533</td>
<td>22</td>
<td>94</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.0976081850905985</td>
<td>0.0324360616968662</td>
<td>22</td>
<td>95</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,0831460732139428</td>
<td>0,0276153577379809</td>
<td>22</td>
<td>96</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,0701254972964071</td>
<td>0,0232751657654690</td>
<td>22</td>
<td>97</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,0578670106336028</td>
<td>0,0191890035445343</td>
<td>22</td>
<td>98</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,0464148610204328</td>
<td>0,0153716203401443</td>
<td>22</td>
<td>99</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,03581047883884383</td>
<td>0,0118368261294794</td>
<td>22</td>
<td>100</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,0260930502728868</td>
<td>0,00859768342429561</td>
<td>22</td>
<td>101</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,0173008859962324</td>
<td>0,00566696199874413</td>
<td>22</td>
<td>102</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,0134857390348663</td>
<td>0,00439524634495542</td>
<td>22</td>
<td>103</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,0100360524323252</td>
<td>0,00324535081077507</td>
<td>22</td>
<td>104</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,00696425151368869</td>
<td>0,00222141717122956</td>
<td>22</td>
<td>105</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,00428212080896930</td>
<td>0,00132737360298976</td>
<td>22</td>
<td>106</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>0,00200248071806325</td>
<td>0,00056749357268775</td>
<td>22</td>
<td>107</td>
<td>3</td>
</tr>
</tbody>
</table>

<p>| 0 | 0 | 22 | 108 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 109 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 110 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 111 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 112 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 113 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 114 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 115 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 116 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 117 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 118 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 119 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 120 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 121 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 122 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 123 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 124 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 125 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 126 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 127 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 128 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 129 | 0 |
| 0 | 0 | 22 | 130 | 0 |</p>
<table>
<thead>
<tr>
<th></th>
<th></th>
<th>22</th>
<th>131</th>
<th></th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>132</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>133</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>134</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>135</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>136</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>137</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>138</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>139</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>140</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>141</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>142</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>143</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>22</td>
<td>144</td>
<td>0</td>
</tr>
</tbody>
</table>
Ringraziamenti

Ringrazio la mia famiglia, i miei amici e Kamilla che mi hanno sempre sostenuto durante il mio lungo percorso.

Li ringrazio per la fiducia che hanno sempre avuto in me.

È anche grazie a loro che siamo qui oggi a vivere questo giorno indimenticabile.
Bibliografia