



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Stati di scattering in ${}^5\text{Li}$

Relatore

Prof. Lorenzo Fortunato

Correlatore

Dr. Jesús Casal Berbel

Laureando

Chiara Baron

Anno Accademico 2019/2020

Indice

Introduzione	v
1 Descrizione fisica dei nuclei di ${}^5\text{He}$ e ${}^5\text{Li}$	1
1.1 Proprietà dei nuclei isobari con $A = 5$	1
1.2 Formulazione dell'equazione di Schrödinger	2
1.3 Stati di scattering e phase shift	5
1.3.1 Metodo delle onde parziali	6
1.3.2 Stati di risonanza	6
2 Stima dei parametri di potenziale e phase shift	9
2.1 Parametri del potenziale per ${}^5\text{He}$ e ${}^5\text{Li}$	9
2.2 Phase shift	10
Bibliografia	15

Introduzione

In Fisica Nucleare i nuclei conosciuti che formano sistemi legati sono raccolti nella carta dei nuclidi, nella cui zona centrale, corrispondente alla valle di stabilità, gli stati legati sono spesso noti.

L'interesse, quindi, si sta gradualmente spostando verso sistemi meno conosciuti, come i nuclei poco legati, lontani dalla valle di stabilità, oppure nuclei non legati che esistono solo come risonanze. Le energie che si incontrano in questo caso sono positive e gli stati risonanti appartengono al continuo, che quindi ricopre un ruolo fondamentale nella loro descrizione.

Lo studio della struttura dei nuclei poco legati è, inoltre, importante nello studio e nella modellizzazione delle reazioni nucleari [1].

In questa tesi sono stati descritti gli stati di scattering per le prime due risonanze $p_{3/2}$ e $p_{1/2}$ del nucleo di ${}^5\text{Li}$, in confronto con quelli del nucleo isobaro ${}^5\text{He}$. La prima parte del lavoro è dedicata al riassunto dei dati spettroscopici sperimentali e alla formulazione di un modello per descrivere questi due nuclei.

Dalle evidenze sperimentali, ci si sta rendendo conto della necessità di considerare i nuclei leggeri composti da aggregati di nucleoni (i cluster). Seguendo questo modello, i due nuclei sono stati considerati composti da una particella α e un nucleone. È stata quindi formulata l'equazione di Schrödinger per un sistema a due corpi e l'interazione tra particella α e nucleone è stata descritta tramite un potenziale di tipo Woods-Saxon con un contributo di spin orbita. Dopo aver esposto la teoria necessaria a studiare gli stati di scattering, tramite un programma per il calcolo dei phase shift, è stata data una stima dei parametri del potenziale che descrivono le due risonanze $p_{3/2}$ e $p_{1/2}$ dei due nuclei di ${}^5\text{He}$ e ${}^5\text{Li}$.

Infine, i risultati ottenuti nel calcolo dei phase shift sono stati confrontati con i dati sperimentali, che hanno confermato la bontà della teoria, ma anche evidenziato i limiti legati alla sua semplicità.

Capitolo 1

Descrizione fisica dei nuclei di ${}^5\text{He}$ e ${}^5\text{Li}$

1.1 Proprietà dei nuclei isobari con $A = 5$

I due nuclei isobari ${}^5\text{He}$ e ${}^5\text{Li}$ hanno caratteristiche simili e la loro composizione differisce solamente per un nucleone: ${}^5\text{He}$ è composto da 3 neutroni e 2 protoni, ${}^5\text{Li}$ da 2 neutroni e 3 protoni. Si tratta di nuclei speculari e l'unica differenza è associata alla componente coulombiana dovuta al nucleone diverso. Non esistono sistemi nucleari legati con $A = 5$. ${}^5\text{He}$ e ${}^5\text{Li}$ costituiscono il più semplice sistema non legato. Il modello nucleare a cluster prevede che siano composti da due aggregati di nucleoni (cluster) che interagiscono tra loro: un nucleo di ${}^4\text{He}$ (particella α) e un nucleone (un neutrone in ${}^5\text{He}$ e un protone in ${}^5\text{Li}$). Gli stati fondamentali di entrambi questi nuclei non sono legati. Sperimentalmente, nel range delle energie positive sono state trovate delle risonanze, stati instabili a vita breve che decadono in una particella α e un nucleone [2].

Le prime due risonanze a bassa energia sono $p_{3/2}$ e $p_{1/2}$ e coincidono con i primi stati previsti dal modello a shell di particella singola. Infatti, il primo livello $1s$ è completamente riempito dalla particella α , mentre il nucleone rimanente si dispone sul livello $1p$ [3].

Considerando anche l'effetto di spin orbita, i livelli con pari momento angolare orbitale subiscono uno splitting in sottolivelli con momento angolare totale diverso. Applicando questo effetto al livello $1p$, si ottengono i due sottolivelli $1p_{3/2}$ e $1p_{1/2}$, con energia relativa $E_{3/2} < E_{1/2}$. Lo stato fondamentale di ${}^5\text{He}$ e ${}^5\text{Li}$ è quindi $p_{3/2}$ e il primo stato eccitato $p_{1/2}$.

Dai valori sperimentali, nel ${}^5\text{He}$ la risonanza $p_{3/2}$ si trova 0.798 MeV sopra la soglia di separazione in $\alpha + \text{neutrone}$, la risonanza $p_{1/2}$ 1.27 MeV sopra la $p_{3/2}$. Le larghezze

sono rispettivamente $\Gamma_{3/2} = 0.648 \text{ MeV}$ e $\Gamma_{1/2} = 5.57 \text{ MeV}$. Nel ${}^5\text{Li}$ la risonanza $p_{3/2}$ si trova 1.69 MeV sopra la soglia di separazione in $\alpha + \text{protone}$, la risonanza $p_{1/2}$ 1.49 MeV sopra la $p_{3/2}$. Le larghezze sono rispettivamente $\Gamma_{3/2} = 1.23 \text{ MeV}$ e $\Gamma_{1/2} = 6.60 \text{ MeV}$ [2].

Utilizzando questi valori è stata realizzata la Figura 1.1, in cui si confrontano i primi due stati risonanti di ${}^5\text{He}$ e ${}^5\text{Li}$, riportando le energie e le larghezze di risonanza. Per poter rappresentare nello stesso grafico le risonanze di entrambi i nuclei è stato necessario considerare la differenza di energia, dovuta alla differenza di massa di protone e neutrone, tra la soglia di separazione in $\alpha + n$ e quella in $\alpha + p$. Entrambe le soglie sono state rappresentate tramite linee tratteggiate ed è stato adottato il sistema di riferimento per l'energia in cui la soglia $\alpha + n$ è posta ad energia nulla; la soglia $\alpha + p$ si trova quindi a -1.402 MeV [2]. I valori di energia di risonanza in questo sistema di riferimento sono riportati in Tabella 1.1.

	$E_{3/2} \text{ [MeV]}$	$\Gamma_{3/2} \text{ [MeV]}$	$E_{1/2} \text{ [MeV]}$	$\Gamma_{1/2} \text{ [MeV]}$
${}^5\text{He}$	0.798	0.648	2.068	5.57
${}^5\text{Li}$	0.288	1.23	1.778	6.60

Tabella 1.1: Energie e larghezze delle risonanze $p_{3/2}$ e $p_{1/2}$ di ${}^5\text{He}$ e ${}^5\text{Li}$ rispetto alla soglia di separazione $\alpha + n$ [2].

Per entrambi i nuclei la risonanza $p_{3/2}$ è stretta, mentre la $p_{1/2}$ è larga; considerando ciascuna risonanza, quella del ${}^5\text{Li}$ è più larga della corrispondente per ${}^5\text{He}$. Le larghezze delle risonanze $p_{1/2}$ non sono simmetriche rispetto all'energia di risonanza a causa della presenza delle soglie di separazione $\alpha + \text{nucleone}$.

1.2 Formulazione dell'equazione di Schrödinger

Nella parte precedente si è visto come i nuclei di ${}^5\text{He}$ e ${}^5\text{Li}$ possano essere descritti tramite il modello nucleare a cluster. I cinque nucleoni che formano questi due sistemi si dispongono in un raggruppamento di 4 nucleoni, che forma una particella α e che interagisce con il nucleone rimanente. Per poter descrivere il sistema è necessario studiare l'interazione tra α e neutrone nel ${}^5\text{He}$ e tra α e protone nel ${}^5\text{Li}$.

Indicando con N il nucleone che interagisce con la particella α nei due nuclei considerati, l'Hamiltoniana si scrive

$$H = \frac{\vec{P}_\alpha^2}{2m_\alpha} + \frac{\vec{P}_N^2}{2m_N} + V_{int}(\vec{r}_{\alpha N}) \quad (1.1)$$

in cui $V_{int}(\vec{r}_{\alpha N})$ è il potenziale che racchiude l'interazione tra α e N [4].

Il sistema costituito dalla particella α e il nucleone è un sistema a due corpi e la descrizione dell'interazione è più semplice nel sistema di riferimento del centro di massa. Per

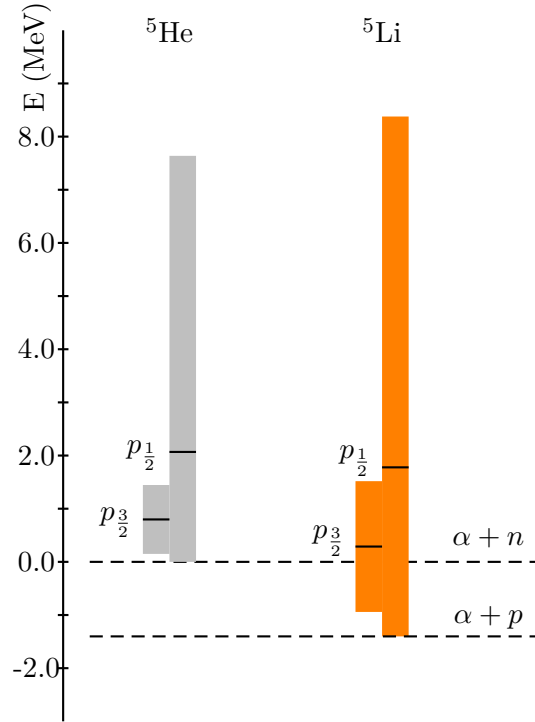


Figura 1.1: Livelli di energia delle risonanze $p_{3/2}$ e $p_{1/2}$ di ${}^5\text{He}$ e ${}^5\text{Li}$ e rispettive larghezze di risonanza. Tramite le linee tratteggiate si sono indicate la soglia di separazione $\alpha + n$ a 0 MeV e la soglia $\alpha + p$ a -1.402 MeV. Le larghezze di risonanza sono indicate con barre di colore grigio per ${}^5\text{He}$ e arancione per ${}^5\text{Li}$.

cambiare sistema di riferimento si introducono le grandezze:

$$\mu = \frac{m_\alpha \cdot m_N}{m_\alpha + m_N} \quad (1.2)$$

$$\vec{r} = \vec{r}_\alpha - \vec{r}_N \quad (1.3)$$

$$\vec{R}_{CM} = \frac{m_\alpha \vec{r}_\alpha + m_N \vec{r}_N}{m_\alpha + m_N} \quad (1.4)$$

$$M = m_\alpha + m_N \quad (1.5)$$

in cui μ è la massa ridotta, \vec{r} è la coordinata relativa del nucleone rispetto alla particella α , \vec{R}_{CM} è la coordinata del centro di massa e M la massa totale del sistema.

L'Hamiltoniana (1.1) si può quindi riscrivere

$$H = \frac{\vec{P}_{CM}^2}{2M} + \frac{\vec{p}^2}{2\mu} + V(\vec{r}) \quad (1.6)$$

e i termini di questa espressione agiscono separatamente sulle due coordinate \vec{r} e \vec{R}_{CM} :

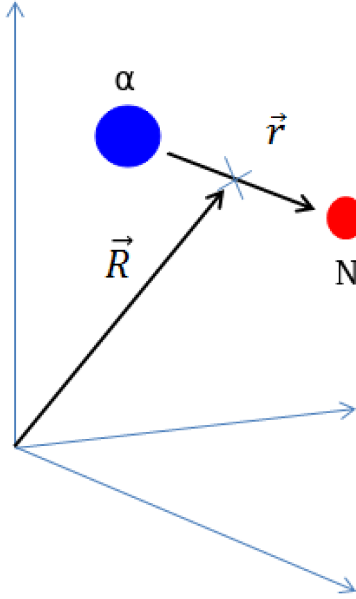


Figura 1.2: Particella α e nucleone nel sistema di riferimento del centro di massa.

- $\frac{\vec{p}_{CM}^2}{2M}$ è il termine associato alla coordinata del centro di massa e corrisponde a una traslazione rigida del nucleo
- $\frac{\vec{p}^2}{2\mu} + V(\vec{r})$ è il termine associato al moto relativo della particella α e del nucleone.

Trascurando la componente relativa alla traslazione, si ottiene la seguente equazione di Schrödinger stazionaria del sistema

$$\hat{H}\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \quad (1.7)$$

$$\left(\frac{\vec{p}^2}{2\mu} + V(\vec{r})\right)\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \quad (1.8)$$

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + V(\vec{r})\right)\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \quad (1.9)$$

Assumendo che il potenziale $V(\vec{r})$ sia centrale, è possibile semplificare il problema utilizzando un sistema di coordinate sferiche in cui è possibile separare le variabili. A questo scopo l'operatore \vec{p}^2 si riscrive

$$\vec{p}^2 = -\hbar^2 \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\hat{L}^2}{r^2} \right) = p_r^2 + \frac{\hat{L}^2}{r^2} \quad (1.10)$$

Ponendo in (1.9) $\psi(\vec{r}) = R(r)Y_{l,m}(\theta, \phi) = \frac{u(r)}{r}Y_{l,m}(\theta, \phi)$, è possibile separare la parte radiale da quella angolare, ottenendo il sistema di equazioni agli autovalori [5]

$$\begin{cases} \hat{L}^2 Y_{l,m}(\theta, \phi) = \hbar^2 l(l+1) Y_{l,m}(\theta, \phi) \\ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2 u(r)}{dr^2} + (V(r) + \frac{l(l+1)}{2\mu r^2}) u(r) = E u(r) \end{cases} \quad (1.11)$$

Per poter risolvere la parte radiale di (1.11) è necessario specificare il potenziale di interazione tra la particella α e il nucleone. Un potenziale utilizzato nello studio del modello a shell è quello di Woods-Saxon, la cui forma è un profilo di una funzione di Fermi rovesciata

$$V_{WS}(r) = \frac{V_0}{1 + e^{-\frac{(r-r_0)}{a}}} = V_0 f(r) \quad (1.12)$$

in cui $V_0 < 0$ è la profondità della buca di potenziale, r_0 è il raggio a metà altezza e a è la diffusività. Il potenziale di Woods-Saxon è realistico in quanto tiene conto della proporzionalità tra l'intensità dell'interazione e la densità di materia nucleare.

Dai dati sperimentali sulle risonanze dei nuclei di ${}^5\text{He}$ e ${}^5\text{Li}$ è noto che al livello $1p$ sono associati i due stati risonanti $p_{3/2}$ e $p_{1/2}$.

Per poter tener conto dello splitting tra sottolivelli con uguale momento angolare orbitale ma diverso momento angolare totale è necessario che il potenziale di interazione contenga anche un termine di interazione di spin orbita. L'espressione del potenziale di spin orbita è

$$V_{\vec{L}\cdot\vec{S}}(r) = V_{ls} r_0^2 \frac{1}{r} \frac{df(r)}{dr} \vec{L} \cdot \vec{S} \quad (1.13)$$

in cui r_0 è ancora il raggio a metà altezza e $f(r)$ è la funzione a profilo di Fermi definita in (1.12) [5].

Considerando quindi un potenziale di Woods-Saxon con un termine di contributo spin orbita si ottiene il potenziale [3]

$$V(r) = V_{WS}(r) + V_{\vec{L}\cdot\vec{S}}(r) \quad (1.14)$$

con le definizioni date sopra.

1.3 Stati di scattering e phase shift

${}^5\text{He}$ e ${}^5\text{Li}$ sono due nuclei non legati e gli stati considerati $p_{3/2}$ e $p_{1/2}$ sono delle risonanze. Di conseguenza, questi stati appartengono alla regione di scattering e l'equazione di Schrödinger in questo caso è risolta per energie positive.

In presenza di un potenziale è possibile studiare gli stati di scattering tramite il metodo delle onde parziali. Questo metodo è basato sul confronto tra stati stazionari di momento angolare l ben definito in presenza (onde parziali) o in assenza (onde sferiche libere) del

potenziale $V(\vec{r})$ e la differenza nel comportamento asintotico è data interamente dalla quantità δ_l , detta phase shift [6].

1.3.1 Metodo delle onde parziali

Le onde sferiche libere $\phi_{k,l,m}^{(0)}$ sono autofunzioni comuni di \vec{L}^2 , di L_z e dell'Hamiltoniana in assenza di potenziale. La loro forma analitica si ricava risolvendo l'equazione radiale con potenziale nullo ed è una combinazione di funzioni sferiche di Bessel e armoniche sferiche. L'andamento asintotico per $r \rightarrow \infty$ è

$$\phi_{k,l,m}^{(0)} \rightarrow -\sqrt{\frac{2k^2}{\pi}} Y_{l,m}(\theta, \phi) \frac{e^{-ikr} e^{il\frac{\pi}{2}} - e^{ikr} e^{-il\frac{\pi}{2}}}{2ikr} \quad (1.15)$$

con $\vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar}$. In questa espressione $\phi_{k,l,m}^{(0)}$ è la sovrapposizione di un'onda sferica incidente e di un'onda uscente, con ampiezza diversa per una differenza di fase pari a $l\pi$.

Le onde parziali $\phi_{k,l,m}$ sono, invece, autofunzioni di \vec{L}^2 , di L_z e dell'Hamiltoniana in presenza del potenziale. Tramite la risoluzione dell'equazione radiale è possibile anche in questo caso determinare l'andamento asintotico per $r \rightarrow \infty$ della funzione d'onda

$$\phi_{k,l,m}(\vec{r}) \rightarrow -CY_{l,m}(\theta, \phi) \frac{e^{-ikr} e^{i(l\frac{\pi}{2}-\delta_l)} - e^{ikr} e^{-i(l\frac{\pi}{2}-\delta_l)}}{2ikr} \quad (1.16)$$

Moltiplicando (1.16) per un fattore $e^{i\delta_l}$ è possibile confrontarla con (1.15). L'onda entrante nelle due equazioni è la stessa, mentre l'onda uscente in presenza di potenziale ha uno sfasamento aggiuntivo di $2\delta_l$ rispetto a quella uscente in assenza di potenziale. L'effetto totale del potenziale sulla particella incidente di momento l è racchiuso interamente nel fattore $e^{2i\delta_l}$ [6].

La conoscenza di δ_l per ogni l permette inoltre di calcolare la sezione d'urto totale, in quanto quest'ultima è legata all'ampiezza di scattering dal rapporto tra i moduli della densità di corrente di scattering j_{sc} e la densità di corrente incidente j_{inc} [7]:

$$\sigma_{tot} = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{4\pi}{k^2} (2l+1) \sin^2 \delta_l \quad (1.17)$$

In cui la sezione d'urto

$$\sigma_l = \frac{4\pi}{k^2} (2l+1) \sin^2 \delta_l \quad (1.18)$$

rappresenta la sezione d'urto per l'onda l -esima.

1.3.2 Stati di risonanza

Quando la sezione d'urto totale varia rapidamente e il phase shift corrispondente a un'onda parziale l assume un valore pari a $\delta_l = \frac{\pi}{2}$ per un'energia $E = E_r$, si verifica una

risonanza di scattering. In queste condizioni la sezione d'urto relativa all'onda parziale l

$$\sigma_l = \frac{4\pi}{k^2}(2l+1)\sin^2\delta_l = \frac{4\pi}{k^2}(2l+1)\frac{1}{1+\cot^2\delta_l(k)} \quad (1.19)$$

presenta un picco in $E = E_r$. Espandendo in serie di Taylor il phase shift e, in particolare la sua cotangente, intorno al valore $\delta_l = \frac{\pi}{2}$ è possibile determinare la forma della risonanza

$$\begin{aligned} \cot\delta_l(E) &= \cot\delta_l(E_r) + (E - E_r) \left(\frac{\partial \cot\delta_l}{\partial E} \right)_{E=E_r} \\ &+ \frac{1}{2}(E - E_r)^2 \left(\frac{\partial^2 \cot\delta_l}{\partial E^2} \right)_{E=E_r} + o((E - E_r)^2) \end{aligned} \quad (1.20)$$

in cui

$$\left(\frac{\partial \cot\delta_l}{\partial E} \right)_{E=E_r} = - \left(\frac{\partial \delta_l}{\partial E} \right)_{E=E_r} \quad (1.21)$$

In questo caso la larghezza di risonanza viene definita come

$$\Gamma = 2 \left(\frac{\partial \delta_l}{\partial E} \right)_{E=E_r}^{-1} \quad (1.22)$$

Trascurando i termini di ordine superiore al primo nell'espansione 1.20 si ottiene

$$\cot\delta_l(E) = \frac{E_r - E}{\Gamma(E)/2} \quad (1.23)$$

Dall'espressione $\cot\delta_l(E)$ è possibile determinare la sezione d'urto di scattering per l'onda l , che è pari a:

$$\sigma_l = \frac{\pi}{k^2}(2l+1)\frac{\Gamma^2(E_r)}{(E - E_r)^2 + \Gamma^2(E_r)/4} \quad (1.24)$$

che viene detta funzione di Breit-Wigner [7].

Capitolo 2

Stima dei parametri di potenziale e phase shift

2.1 Parametri del potenziale per ${}^5\text{He}$ e ${}^5\text{Li}$

Nel Capitolo 1 è stato scritto il potenziale (1.14) per l'interazione tra la particella α e il nucleone. Per poter descrivere quantitativamente le risonanze $p_{3/2}$ e $p_{1/2}$ dei due nuclei ${}^5\text{He}$ e ${}^5\text{Li}$ è necessario specificare il valore dei parametri V_0 , V_{ls} , r_0 e a che compaiono nell'espressione del potenziale.

Una stima dei valori di questi parametri è stata ricavata utilizzando un programma per il calcolo dei phase shift [8]. Il programma lavora accettando un file di input in cui vengono inseriti i parametri del potenziale e, modificandoli opportunamente, è possibile ottenere i phase shift degli stati di risonanza. L'energia di risonanza, corrispondente al massimo della sezione d'urto, è stata determinata considerando il massimo della derivata della funzione di phase shift. Come valori di riferimento dell'energia delle risonanze sono stati utilizzati i valori sperimentali riassunti in Tabella 1.1.

I parametri $r_0 = 1.2 \text{ fm}$ e $a = 0.65 \text{ fm}$ [5] sono stati mantenuti fissi, mentre sono stati variati V_0 e V_{ls} ; per determinare i valori che descrivono meglio le risonanze in $p_{3/2}$ e $p_{1/2}$ si è proseguito in due step successivi.

In primo luogo è stato trascurato il contributo dovuto all'interazione di spin orbita e si è determinato il valore di V_0 . In questo caso si è cercata la corrispondenza tra il massimo della derivata del phase shift e l'energia del centroide del livello 1p modificando V_0 . In particolare, nel determinare l'energia del centroide è stato necessario considerare che l'interazione di spin orbita non splitta i due sottolivelli $1p_{3/2}$ e $1p_{1/2}$ in modo simmetrico rispetto al centro del livello, ma il primo viene abbassato di $1/3$, mentre il secondo alzato di $2/3$ [5].

Dopo aver determinato V_0 è stato inserito anche il contributo di spin orbita legato al parametro V_{ls} . In questo caso, modificando V_{ls} , si è cercata la corrispondenza tra entrambe le energie di risonanza sperimentali dei due livelli $p_{3/2}$ e $p_{1/2}$ ed i massimi della derivata dei corrispondenti phase shift.

Dopo una prima stima dei parametri si è visto che utilizzando V_0 trovato come sopra si descrive bene la risonanza in $p_{3/2}$, mentre si sottostima quella in $p_{1/2}$. Per questo motivo V_0 è stato scelto in modo che corrispondesse ad un'energia leggermente più alta del centroide e si è poi sfruttata l'asimmetria dell'effetto di spin orbita nello splitting dei due sottolivelli.

In Tabella 2.1 si riportano i valori di V_0 e V_{ls} che meglio descrivono le prime due risonanze dei nuclei di ${}^5\text{He}$ e ${}^5\text{Li}$. Le energie di risonanza ottenute con questi parametri di potenziale sono in accordo alla seconda cifra decimale con i valori sperimentali riportati in Tabella 1.1.

	$E_{3/2}$ [MeV]	$E_{1/2}$ [MeV]	V_0 [MeV]	V_{ls} [MeV]
${}^5\text{He}$	0.798	2.061	-52.3	15.1
${}^5\text{Li}$	1.694	3.186	-51.0	18.2

Tabella 2.1: Risultato del calcolo con i parametri di potenziale per il livelli $p_{3/2}$ e $p_{1/2}$ ottenuto tramite il programma di calcolo dei phase shift.

Dai valori riportati in Tabella 2.1 si nota come la presenza di un nucleone diverso nei due nuclei di ${}^5\text{He}$ e ${}^5\text{Li}$ si rifletta in parametri leggermente diversi nel potenziale di interazione. In particolare, V_0 è più profondo nel nucleo di ${}^5\text{He}$ rispetto al nucleo di ${}^5\text{Li}$. Questo è dovuto al diverso numero di protoni presenti nei due nuclei, che determina nel litio, con un protone in più, un innalzamento della buca di potenziale [5]. Il potenziale di spin orbita risulta maggiore nel nucleo di ${}^5\text{Li}$.

2.2 Phase shift

I phase shift calcolati utilizzando i parametri riportati in Tabella 2.1 sono riportati in Figura 2.1 per la risonanza $p_{3/2}$ e in Figura 2.2 per la risonanza $p_{1/2}$ di ${}^5\text{He}$. Per confronto sono stati inseriti nei grafici anche i valori dei phase shift ricavati a partire dai dati sperimentali di scattering elastico di neutrone e ${}^4\text{He}$ tabulati nella Ref. [9].

Analogamente, in Figura 2.3 e 2.4 sono rappresentati i phase shift delle prime due risonanze del nucleo di ${}^5\text{Li}$. In questo caso, sono riportati anche i valori dei phase shift ricavati a partire dai dati sperimentali di scattering elastico di protone e ${}^4\text{He}$ tabulati nella Ref. [10].

Si osserva che i phase shift ottenuti con il programma hanno lo stesso andamento di quelli riportati in [9] per l' ${}^5\text{He}$ e in [10] per il ${}^5\text{Li}$, anche se non c'è una coincidenza

perfetta.

Nella risonanza $p_{3/2}$ i phase shift ottenuti con il programma sono leggermente maggiori fino ad un'energia di circa 3 MeV per $^1\text{H}^5\text{He}$ e 4 MeV per il ^5Li ; oltre sono minori. L'accordo è comunque migliore rispetto ai phase shift calcolati per la risonanza $p_{1/2}$, in cui i valori riportati in [9] e in [10] sono sempre minori di quelli calcolati con il programma.

Per entrambe le risonanze l'accordo è migliore ad energie più basse; all'aumentare dell'energia il continuo contiene componenti più complicate e i phase shift ottenuti con il programma e quelli sperimentali tendono a discostarsi maggiormente.

Nella Ref. [9] non sono riportati gli errori dei phase shift sperimentali; mentre nella Ref. [10] è riportata anche l'incertezza, che molto è piccola. Di conseguenza, la discrepanza tra i dati sperimentali e quelli calcolati con il programma è dovuta alla teoria che, pur essendo buona, presenta dei limiti legati alla sua semplicità.

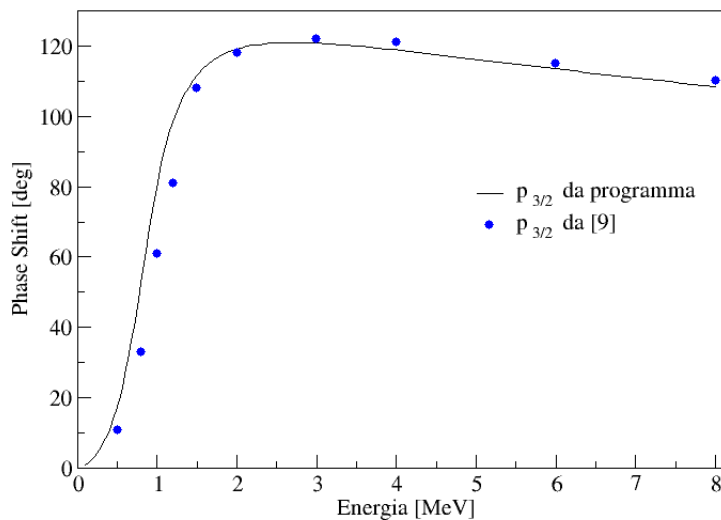


Figura 2.1: Phase shift della risonanza $p_{3/2}$ del nucleo di ^5He calcolati con il programma e confrontati con quelli riportati in [9].

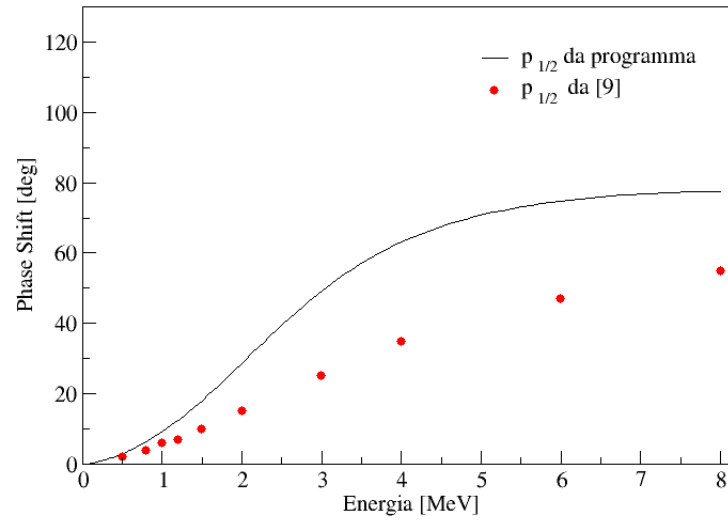


Figura 2.2: Phase shift della risonanza $p_{1/2}$ del nucleo di ${}^5\text{He}$ calcolati con il programma e confrontati con quelli riportati in [9].

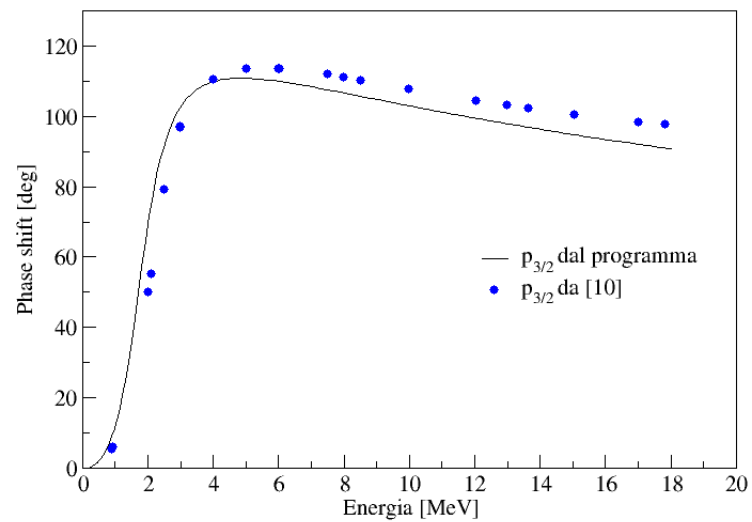


Figura 2.3: Phase shift della risonanza $p_{3/2}$ per il nucleo di ${}^5\text{Li}$ calcolati con il programma e confrontati con quelli riportati in [10].

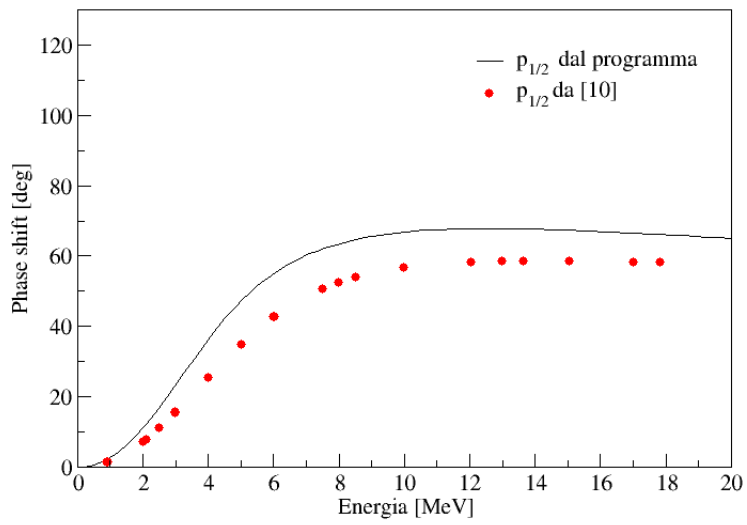


Figura 2.4: Phase shift della risonanza $p_{1/2}$ per il nucleo di ${}^5\text{Li}$ calcolati con il programma e confrontati con quelli riportati in [10].

Bibliografia

- [1] L. Fortunato, arXiv:1104.0482v1 [physics.pop-ph] (2011)
- [2] D.R. Tilley, C.M. Cheves, J.L. Godwin, G.M. Hale, H.M. Hofmann, J.H. Kelley, C.G. Sheu, H.R. Weller, Nuclear Physics, A708 (2002) p.3
- [3] L. Fortunato, R. Chatterjee, J. Singh, A. Vitturi, Physical Review C 90, 064301 (2014)
- [4] K. Heyde, *Basics Ideas and Concepts in Nuclear Physics*, Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia (1999)
- [5] L. Fortunato, *Appunti di Fisica Nucleare*, GEDI Gruppo Editoriale (2018)
- [6] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë, *Quantum Mechanics*, Vol. II, John Wiley and Sons (1977)
- [7] K.S. Krane, *Introductory Nuclear Physics*, John Wiley and Sons (1988)
- [8] susy2b: A simple code for two-body nuclei, di Jesús Casal. Basato sul codice THOx del gruppo di Fisica Nucleare di Siviglia, disponibile al link <https://github.com/MarioGomezRamos/THOx>
- [9] S. Ali, A.A.Z. Ahmad, N. Ferdous, Reviews of Modern Physics, Vol. 57, No. 4 (1985)
- [10] D.C. Dodder, G.M. Hale, Nelson Jarmie, J.H. Jett, P.W. Keaton, Jr., R.A. Nisley, and K. Witte, Physical Review C 15, 518 (1977)